# Algunas relaciones entre máquinas de Turing y máquinas de Turing cuánticas

**Andrés Sicard R.**
Departamento de Ciencias Básicas
Universidad EAFIT

## Resumen

Para las máquinas de Turing cuánticas se presentan tres elementos: Sus componentes, su operador de evolución temporal y su función de transición local. Los componentes son relacionados con los componentes de las máquinas de Turing determísticas, el operador de evolución temporal es relacionado con la evolución de las máquinas de Turing reversibles y la función de transición local es relacionada con la función de transición de las máquinas de Turing probabilísticas y reversibles.

## Fundaciones computabilidad

Kurt Gödel: Funciones primitivas recursivas (1931). Funciones recursivas (1934)

Alonso Church: $\lambda$-cálculo (1936). Funciones recursivas (1936)

Alan Turing: Máquina de Turing, máquina universal de Turing (1936)

Emil Post: Sistemas de Post (1936)

## Fundaciones computación cuántica

Charles H. Bennet: Computación reversible (1973).

Richard Feynmann: Computación mecánico-cuántica (1982, 1985).

Edward Fredkin y Tommaso Toffoli: Compuertas universales reversibles (1982).

David Deutsch: Máquinas de Turing cuánticas (1985). Circuitos cuánticos (1989).

Peter Shor: Algoritmo para factorizar un número en sus factores primos de complejidad polinomial (1994).

## Máquina de Turing (componentes)

$Q = \{q_0, q_1, \ldots, q_n\}$: Conjunto finito de estados de la máquina.

$\Sigma = \{0, 1\}$: Alfabeto. Conjunto finito de símbolos de entrada-salida. Por convención $0 = \Box$ (símbolo vacío).

$M = \{L, R, N\}$: Conjunto de movimientos ($L$: izquierda, $R$: derecha, $N$: no movimiento).

Cinta unidimensional bi-infinita.

Cabeza lectora-escritora.

## Máquina de Turing cuántica (componentes)

$\hat{\boldsymbol{n}} = \{\widehat{n}_1, \widehat{n}_2, \ldots, \widehat{n}_k\}$. Conjunto finito de estados, representados por un conjunto finito de observables con espectro $\{0, 1\}$.

$\hat{\boldsymbol{m}} = \{\widehat{m}_i\}$; $i \in \mathbb{Z}$. Representación de la cinta unidimensional bi-infinita, por un conjunto infinito de observables, con espectro $\{0, 1\}$.

$\widehat{x}$. Representa la cabeza lectora-escritora. El espectro para este observable es $\mathbb{Z}$ debido a la existencia de infinitas celdas en la cinta.

## Máquina de Turing (evolución)

$\delta$: $Q \times \Sigma \to \Sigma \times M \times Q$.

$\delta$ también puede ser definida como un conjunto *finito* de instrucciones $\delta = \{i_0, i_1, \ldots, i_p\}$ donde cada $i_j$ es una quíntupla de la forma: $q_m\ s_m\ s_n\ m\ q_n$.

$\delta$: $Q \times \Sigma \times \Sigma \times M \times Q \to \{0, 1\}$ (MT determinísticas).

$\delta$: $Q \times \Sigma \times \Sigma \times D \times Q \to \tilde{\mathbb{R}}$ (MT probabilísticas).

## Máquina de Turing cuánticas (evolución)

$|\,\psi\rangle = |\,x, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m}\rangle$ Estado de la máquina.

$|\,\psi(t)\rangle \;=\; U^t\,|\,\psi(0)\rangle\,, \quad t \;\in\; \mathbb{Z}^+,$ donde $U^\dagger \;=\; U^{-1}$. Operador unitario de evolución temporal $\Rightarrow$ La computación es reversible.

$$\left\langle x', \boldsymbol{n}', \boldsymbol{m}' \middle| U \,|\, x, \boldsymbol{n}, \boldsymbol{m} \right\rangle =$$
$$\Big[\boldsymbol{\delta}_{x'}^{x+1}\delta(\boldsymbol{n}, m_x, m'_x, 1, \boldsymbol{n}') + \boldsymbol{\delta}_{x'}^{x}\delta(\boldsymbol{n}, m_x, m'_x, 0, \boldsymbol{n}') +$$
$$\boldsymbol{\delta}_{x'}^{x-1}\delta(\boldsymbol{n}, m_x, m'_x, -1, \boldsymbol{n}')\Big]\prod_{y\neq x}\boldsymbol{\delta}_{m_y}^{m'_y}$$

$\delta$: $\boldsymbol{N} \times \Sigma \times \Sigma \times \{-1, 0, 1\} \times \boldsymbol{N} \to \tilde{\mathbb{C}}$ (MT cuánticas).

# Conclusiones