

A large, bold, black letter 'M' is positioned on the left side of the page. It is set against a light gray, textured background that resembles a book cover or a piece of paper with a fine grain. The letter is the first letter of the title.

# áquina Universal de Turing: Algunas Indicaciones para su Construcción

---

Andrés ■ Sicard ■ R.

**E**l concepto de m-función, se interpreta como una máquina de Turing que permite el uso de parámetros. Se presenta la expansión de las m-funciones usadas por Alan Turing en la construcción de la Máquina Universal de Turing.

## INTRODUCCIÓN

La máquina universal de Turing (construida y presentada por Turing en su artículo "*On computable numbers, with an application to the Entscheidungsproblem*") (Sobre números computables, con una aplicación al problema

---

Andrés Sicard Ramírez. Profesor del departamento de Ciencias Básicas, Universidad EAFIT.  
e-mail: [asicard@sigma.eafit.edu.co](mailto:asicard@sigma.eafit.edu.co)

de la decisión) [Turing, 1936-37]) es una máquina de Turing que recibe como entrada una máquina de Turing  $M$  y una secuencia de datos iniciales  $\alpha$ ; entonces realiza la ejecución de la máquina  $M$  con la secuencia de datos  $\alpha$ .

En la actualidad, el comportamiento de cualquier máquina de Turing es expresado en la "notación de instrucciones". Cada instrucción está constituida por una quintupla: ' $q_i s_j s_k m q_l$ ' donde:

$q_i$ : estado actual

$s_j$ : símbolo que se lee

$s_k$ : símbolo que se escribe

$m$ : movimiento que se realiza

$q_l$ : estado final

Aunque la notación anterior fue propuesta por Turing y la máquina universal es una máquina de Turing, ésta no está descrita en la "notación de instrucciones"; por el contrario, está descrita en una notación que permite simplificar considerablemente el número de instrucciones necesarias para describir el comportamiento de una máquina; dicha notación tiene como elemento principal el concepto de  $m$ -función (este concepto será definido en la sección: 1. DEFINICIONES) y algunas simplificaciones de notación sugeridas por Turing.

Se espera indicar los procedimientos requeridos para expresar en la "notación de instrucciones" la Máquina Universal de Turing (y en general cualquier máquina expresada en términos de  $m$ -funciones) y permitir paladear la simplicidad - complejidad ofrecida por las  $m$ -funciones.

## 1. DEFINICIONES

Se presentan a continuación algunos términos definidos por Turing, con el objetivo de realizar la correlación con los términos usados en la actualidad y permitir leer las explicaciones presentadas por Turing en lo que respecta al hacer de las  $m$ -funciones por él creadas.

### $m$ -configuration:

*"We may compare a man in the process of computing a real number to a machine which is only capable of a finite number of conditions  $q_1, q_2, \dots, q_R$  which will be called " $m$ -configurations". ([Turing, 1936-37], pág. 231)* El término ' $m$ -configuración' es remplazado en la actualidad por el término 'estado'.

### configuration:

*"The possible behavior of the machine at any moment is determined by the  $m$ -configuration  $q_n$  and the scanned symbol  $S(\gamma)$ . This pair  $q_n, S(\gamma)$  will be called the "configuration": thus the configuration determines the possible behavior of the machine." ([Turing, 1936-37], pág. 231)* El término 'configuración' es reemplazado en la actualidad por el término 'situación actual'.

### F-squares y E-squares:

*"The convention of writing the figures only on alternate squares is very useful: I shall always make use of it. I shall call the one sequence of alternate squares F-squares and the other sequence E-squares. The symbols on E-squares will be liable to erasure. The symbols on F-squares*

form a continuous sequence." ([Turing, 1936-37], pág. 235)

Marking a symbol:

"If a symbol  $\beta$  is on an F-square S and a symbol  $\alpha$  is on the E-square next on the right of S, then S and  $\beta$  will be said to marked with  $\alpha$ . The process of printing this  $\alpha$  will be called marking  $\beta$  (or S) with  $\alpha$ ." ([Turing, 1936-37], pág. 235)

m-function:

"There are certain type of process used by nearly all machines, and these, in some machines, are used in many connections. These processes include copying down sequence of symbols, comparing sequences, erasing all symbols of a given form, etc. Where such processes are concerned we can abbreviate the tables for the m-configurations considerably by the use of "skeleton tables". In skeleton tables there appear capital German letters <sup>(1)</sup> and small Greek letters. These are of the nature "variables". By replacing each capital German letter throughout by an m-configuration and each small Greek letter by a symbol, we obtain the table for an m-configuration.

Let us consider an example:

m-config	symbol	behavior	final m-config
F(S, B, $\alpha$ )	e	L	F <sub>1</sub> (S, B, $\alpha$ )
	not e	L	F(S, B, $\alpha$ )

<sup>(1)</sup> Se utilizará letras mayúsculas en negrilla en lugar de las letras máyusculas alemanas tanto para denotar algunas "variables" (las que correspondan a m-configuraciones) de las m-funciones, como para denotar el nombre de las mismas..

F <sub>1</sub> (S, B, $\alpha$ )	$\alpha$		S
	not $\alpha$	R	F <sub>1</sub> (S, B, $\alpha$ )
	None	R	F <sub>2</sub> (S, B, $\alpha$ )

F <sub>2</sub> (S, B, $\alpha$ )	$\alpha$		S
	not $\alpha$	R	F <sub>1</sub> (S, B, $\alpha$ )
	None	R	B

If we were to replace S throughout by Q (say), B by R, and  $\alpha$  by  $\chi$ , we should have a complete table for the m-configuration F(Q, R,  $\chi$ ). F is called an "m-configuration function" or "m-function". ([Turing, 1936-37], pág. 235-236).

Aunque la notación anterior fue propuesta por Turing y la máquina universal es una máquina de Turing, ésta no está descrita en la "notación de instrucciones"; por el contrario, está descrita en una notación que permite simplificar considerablemente el número de instrucciones necesarias para describir el comportamiento de una máquina; dicha notación tiene como elemento principal el concepto de m-función y algunas simplificaciones de notación sugeridas por Turing.

El concepto de m-función, se interpreta como una máquina de Turing que permite el uso de parámetros (m-configuraciones y símbolos) en el momento de su definición (tal como es presentado en el ejemplo anterior). El uso y la combinación de estas máquinas de Turing parametrizadas o m-funciones simplifica la descripción de las máquinas que las usan.

## 2. NOTACIÓN

Como se mencionó con anterioridad, la descripción de la máquina universal de Turing



Esta notación permite escribir en una sola instrucción, el número de operaciones que se desee, como lo permite observar el siguiente ejemplo:

<i>m-config</i>	<i>symbol</i>	<i>operations</i>	<i>final m-config</i>
<b>B</b>		Pe, R, Pe, R, PO, R, R, PO, L, L	<b>O</b>

En este caso a partir de la m-configuración **B**, sin importar sobre cual símbolo del alfabeto se encuentre la máquina, ésta imprime el símbolo 'e', se mueve a la derecha, imprime de nuevo el símbolo 'e', se mueve a la derecha, imprime el símbolo 'O', se mueve dos casillas a la derecha, imprime el símbolo 'O' y finalmente se mueve dos casillas a la izquierda. Se deja al lector traducir lo anterior a la "nomenclatura de instrucciones".

### 3. METODOLOGÍA DE EXPOSICIÓN

Por cada m-función utilizada en la construcción de la Máquina Universal U se seguirán los siguientes pasos:

**Nombre m-función:**

Se indica el nombre de la m-función que se va a expandir.

**Explicación original:**

Se presenta la explicación ofrecida por Turing para la m-función en cuestión.

**Descripción original:**

Se presenta la descripción original ofrecida por Turing para la m-función en cuestión.

**Observaciones:**

Se indican algunas observaciones para la m-función en cuestión (esta sección será opcional)

**Expansión:**

La "traducción final" de una m-función a la "nomenclatura de instrucciones" (instrucciones de la forma: 'q<sub>i</sub> s<sub>j</sub> s<sub>k</sub> m q<sub>l</sub>') exige conocer el valor de los parámetros con los cuales es invocada y el alfabeto de la máquina de la cual la m-función hace parte. Lo que si es posible realizar con base en la definición de una m-función, es una "traducción parcial" a la "nomenclatura de instrucciones" que facilite el proceso de "traducción final" una vez se conozca la información (valor de los parámetros y alfabeto de la máquina) requerida para ello; este proceso de "traducción parcial" es denominado la "expansión" de la m-función.

**El concepto de m-función, se interpreta como una máquina de Turing que permite el uso de parámetros (m-configuraciones y símbolos) en el momento de su definición (tal como es presentado en el ejemplo anterior). El uso y la combinación de estas máquinas de Turing parametrizadas o m-funciones simplifica la descripción de las máquinas que las usan.**

La expansión de la m-función se presenta bajo el formato:

Estado actual	Símbolo leer	Símbolo escribir	Mov.	Estado siguiente	Explicación

### **Nombre final m-función:**

Con base en la expansión anterior, se adiciona al nombre de la m-función -después del último parámetro- una constante que representa el número de estados que necesita la m-función para realizar su función; además se adiciona como primer parámetro el estado  $q_1$ , que representa el estado inicial desde el cual comienza la m-función el cual será usado al momento de realizar, con base en la expansión, la "traducción final" de la m-función para la construcción en "notación de instrucciones" de la máquina universal U.

## **4. M-FUNCIONES PRESENTES EN LA CONSTRUCCIÓN DE LA MÁQUINA UNIVERSAL DE TURING**

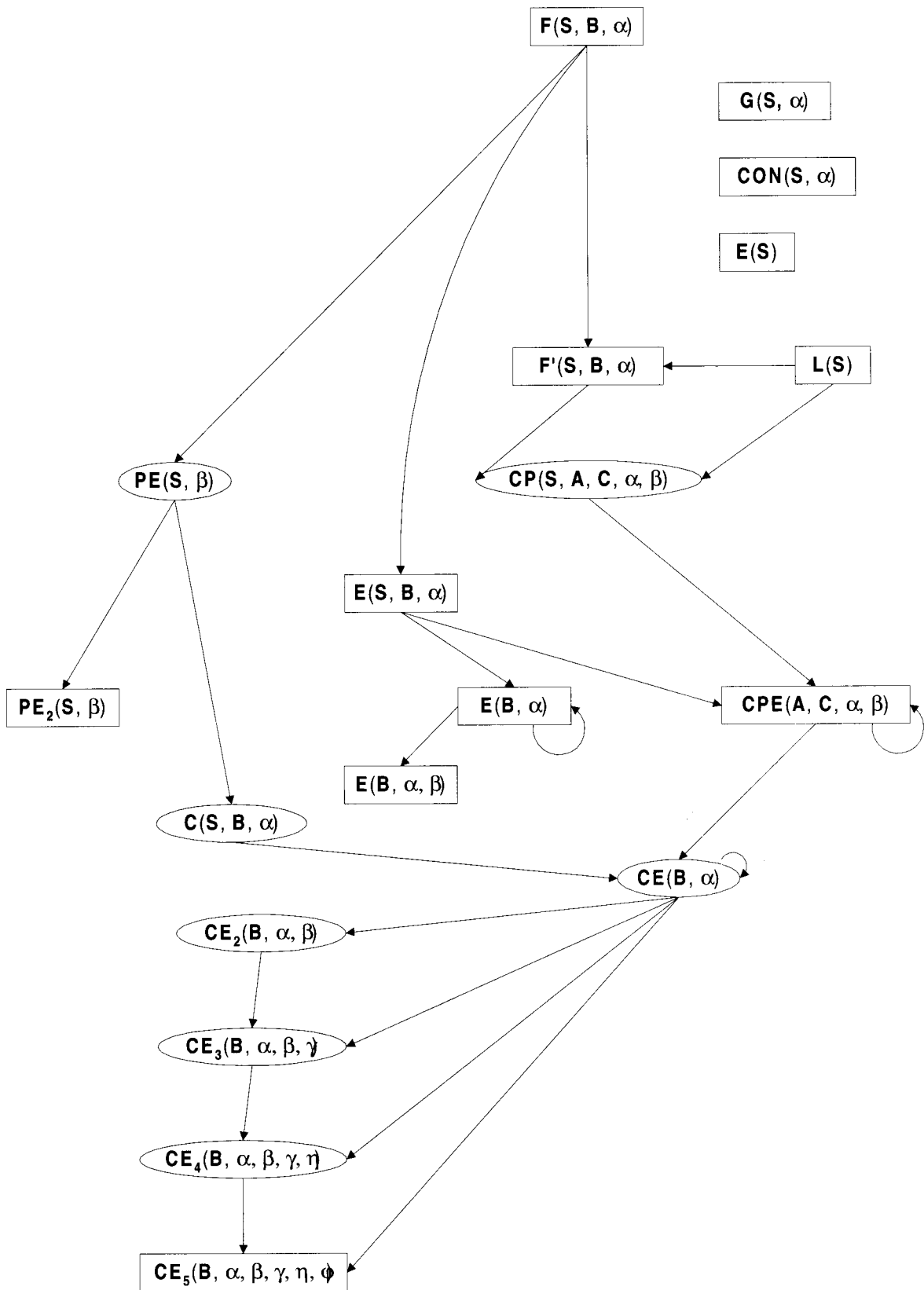
A continuación se presentan las m-funciones utilizadas para la construcción de la Máquina Universal de Turing. El orden de presentación de las m-funciones está dirigido por el orden de aparición en la descripción de la Máquina Universal. En algunos ocasiones, una m-función no es invocada directamente desde la Máquina Universal, pero sí es invocada desde otra m-función, que a su vez es invocada desde otra, a así sucesivamente, hasta la m-función que es invocada desde la Máquina Universal. En este caso es presentada inicialmente la m-función de primer nivel, a continuación la m-función de segundo nivel y así sucesivamente, hasta presentar la m-

función que es invocada por la Máquina Universal. En algunas ocasiones una m-función invoca varias m-funciones del nivel anterior, las cuales son presentadas con anterioridad a ésta. En general antes de presentar cualquier m-función se presentan las m-funciones que son invocadas por ella.

El grafo dirigido que se presenta a continuación esquematiza esta situación para los diferentes niveles de invocación, presentes directa o indirectamente en la Máquina Universal.

Las convenciones adoptadas para la construcción del grafo dirigido son:

- \* Los vértices del grafo representan las m-funciones.
- \* Existe un arco del vértice  $v_i$  al vértice  $v_j$  si la m-función representada por el vértice  $v_i$  es invocada por la m-función representada por el nodo  $v_j$ .
- \* Las m-funciones que aparecen directamente en la descripción de la Máquina Universal están encerradas en un rectángulo.
- \* Las m-funciones que aparecen indirectamente en la descripción de la Máquina Universal están encerradas en una elipse.
- \* Los bucles del grafo representan que la m-función es recursiva.



## 5. EXPANSIÓN DE LAS M-FUNCIONES UTILIZADAS EN LA CONSTRUCCIÓN DE LA MÁQUINA UNIVERSAL U

### 5.1 m-función $F(S, B, \alpha)$

#### 5.1.1 Explicación original

*"From the m-configuration  $F(S, B, \alpha)$  the machine finds the symbol of form  $\alpha$  which is farthest to the left (the "first  $\alpha$ ") and the m-configuration then becomes  $S$ . If there is no  $\alpha$  then the m-configuration becomes  $B$ ." (Turing, 1936-37], pág. 236)*

#### 5.1.2 Descripción original

m-config	symbol	behavior	final m-config
$F(S, B, \alpha)$	e	L	$F_1(S, B, \alpha)$
	not e	L	$F(S, B, \alpha)$
$F_1(S, B, \alpha)$	$\alpha$		$S$
	not $\alpha$	R	$F_1(S, B, \alpha)$
	None	R	$F_2(S, B, \alpha)$
$F_2(S, B, \alpha)$	$\alpha$		$S$
	not $\alpha$	R	$F_1(S, B, \alpha)$
	None	R	$B$

### 5.1.3 Observaciones

Es frecuente que una m-función -en este caso, la m-función  $F(S, B, \alpha)$ - esté compuesta por varias m-funciones -para nuestro caso  $F_1(S, B, \alpha)$  y  $F_2(S, B, \alpha)$ .

El símbolo 'e' lo utiliza Turing para indicar el comienzo de los datos en la cinta.

Entre las definiciones de las m-funciones  $F_1(S, B, \alpha)$  y  $F(S, B, \alpha)$  se observa que la definición de  $F_1(S, B, \alpha)$ :

m-config	symbol	behavior	final m-config
$F_1(S, B, \alpha)$	$\alpha$		$S$
	not $\alpha$	R	$F_1(S, B, \alpha)$
	None	R	$F_2(S, B, \alpha)$

Explicita el comportamiento para el símbolo "None" ( $\square$ ); por el contrario, la definición para  $F(S, B, \alpha)$ :

m-config	symbol	behavior	final m-config
$F(S, B, \alpha)$	e	L	$F_1(S, B, \alpha)$
	not e	L	$F(S, B, \alpha)$

No lo explicita. En este caso el comportamiento del símbolo "None" ( $\square$ ) está implícito en el comportamiento para el símbolo "not e", tal como lo indica la expansión de  $F(S, B, \alpha)$  (esta situación se presenta con alguna frecuencia en la definición de las m-funciones).

Esta situación se presenta:



### 5.1.4 Expansión de $F(S, B, \alpha)$

Estado actual	Símbolo leer	Símbolo escribir	Mov.	Estado siguiente	Explicación
$q_i$	e	e	L	$q_{i+1}$	Expansión para la m función $F(S, B, \alpha)$ .
$q_i$	not e	not e	L	$q_i$	
$q_i$	$\square$	$\square$	L	$q_i$	
$q_{i+1}$	$\alpha$	$\alpha$	N	<b>S</b>	Expansión para la m-función $F_1(S, B, \alpha)$ .
$q_{i+1}$	not $\alpha$	not $\alpha$	R	$q_{i+1}$	
$q_{i+1}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+2}$	
$q_{i+2}$	$\alpha$	$\alpha$	N	<b>S</b>	Expansión para la m-función $F_2(S, B, \alpha)$
$q_{i+2}$	not $\alpha$	not $\alpha$	R	$q_{i+1}$	
$q_{i+2}$	$\square$	$\square$	R	<b>B</b>	

### 5.1.5 Nombre final para $F(S, B, \alpha)$

Con base en la expansión anterior, se observa que la m-función  $F(S, B, \alpha)$  necesita de tres (3) estados  $\{q_i, q_{i+1}, q_{i+2}\}$  para realizar su función. Característica que se denotará por:  $F(q_i, S, B, \alpha, 3)^{(3)}$ .

## 5.2 m-función $G(S, \alpha)$

### 5.2.1 Explicación original

*"The machine finds the last symbol of form  $\alpha$ .  $\rightarrow$  <sup>(4)</sup> S". ([Turing, 1936-37], pág. 239).*

### 5.2.2 Descripción original

m-config	symbol	behavior	final m-config
$G(S)$	Any	R	$G(S)$
None	R	$G_1(S, \alpha)$	
$G_1(S)$	Any	R	$G(S)$
	None		<b>S</b>
$G(S, \alpha)$			$G(G_1(S, \alpha))$
$G_1(S, \alpha)$	$\alpha$		<b>S</b>
		not $\alpha$	L $G_1(S, \alpha)$

### 5.2.3 Observaciones

Es importante reparar en que las m-funciones  $G(S, \alpha)$  y  $G(S)$  son diferentes -lo mismo ocurre para las m-funciones  $G_1(S)$  y  $G_1(S, \alpha)$ -; por lo cual se habla de m-funciones polimorfos con respecto al número de parámetros (no con respecto a su "tipo"). Esta situación se presentará con alguna frecuencia en las m-funciones construidas por Turing.

(3) Recuerde el lector que el estado ' $q_i$ ' representa el estado inicial para la m-función.

(4) El símbolo significa "la máquina pasa a la m-configuración...".

Por otra parte, en la m-función definida (inicialmente) por:

m-config	symbol	behavior	final m-config
$G(S, \alpha)$			$G(G_1(S, \alpha))$

Se observa (por primera vez) el uso de una m-función  $-G_1(S, \alpha)-$  como parámetro de otra  $-G(S)-$ . El procedimiento de expansión en esta situación, es el siguiente: Se expande la m-función que recibe el parámetro  $-G(S)-$  y al momento en que ésta utilice el parámetro  $-S-$  se "invoca" la m-función que actúa como tal  $-G_1(S, \alpha)-$ . Por supuesto el procedimiento anterior, es aplicable a cualquier número de parámetros y además puede ser utilizado recursivamente.

### 5.2.4 Expansión de $G(S, \alpha)$

Estado actual	Símbolo leer	Símbolo escribir	Mov.	Estado siguiente	Explicación
$q_i$	Any	Any	R	$q_i$	Expansión para la m-función $G(S)$
$q_i$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+1}$	
$q_{i+1}$	Any	Any	R	$q_i$	Expansión para la m-función $G_1(S)$
$q_{i+1}$	$\square$	$\square$	N	$q_{i+2}$	
$q_{i+2}$	$\alpha$	$\alpha$	N	$S$	Expansión para la m-función $G_1(S, \alpha)$
$q_{i+2}$	not $\alpha$	not $\alpha$	L	$q_{i+2}$	
$q_{i+2}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+2}$	

### 5.2.5 Nombre final para $G(S, \alpha)$

Con base en la expansión anterior, se observa que la m-función  $G(S, \alpha)$  necesita de tres (3) estados  $\{q_i, q_{i+1}, q_{i+2}\}$  para realizar su función. Característica que se denotará por:  $G(q_i, S, \alpha, 3)$ .

### 5.3 m-función $CON(S, \alpha)$

#### 5.3.1 Explicación original

" $CON(S, \alpha)$ . Starting from an F-square, S say, the sequence C of symbols describing a configuration closest on the right of S is marked out with letters  $\alpha$ .  $\rightarrow S$  ."

*$CON(S, \alpha)$ . In the final configuration the machine is scanning the square which is four squares to the right of the last square of C. C is left unmarked." ([Turing, 1936-37], pág. 244)*

#### 5.3.2 Descripción original

m-config	symbol	behavior	final m-config
$CON(S, \alpha)$	Not A	R, R	$CON(S, \alpha)$
	A	L, P $\alpha$ , R	$CON_1(S, \alpha)$
$CON_1(S, \alpha)$	A	R, P $\alpha$ , R	$CON_1(S, \alpha)$
	D	R, P $\alpha$ , R	$CON_2(S, \alpha)$
$CON_2(S, \alpha)$	C	R, P $\alpha$ , R	$CON_2(S, \alpha)$
	Not C	R, R	S

### 5.3.3 Expansión de CON(S, $\alpha$ )

Estado actual	Símbolo leer	Símbolo escribir	Mov.	Estado siguiente	Explicación
$q_i$	Not A	Not A	R	$q_{i+1}$	Expansión para la m-función CON(S, $\alpha$ )
$q_i$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+1}$	
$q_i$	A	A	L	$q_{i+2}$	
$q_{i+1}$	Any	Any	R	$q_i$	
$q_{i+1}$	$\square$	$\square$	R	$q_i$	
$q_{i+2}$	Any	$\alpha$	R	$q_{i+3}$	
$q_{i+2}$	$\square$	$\alpha$	R	$q_{i+3}$	
$q_{i+3}$	A	A	R	$q_{i+4}$	
$q_{i+3}$	D	D	R	$q_{i+5}$	Expansión para la m-función CON <sub>1</sub> (S, $\alpha$ )
$q_{i+4}$	Any	$\alpha$	R	$q_{i+3}$	
$q_{i+4}$	$\square$	$\alpha$	R	$q_{i+3}$	
$q_{i+5}$	Any	$\alpha$	R	$q_{i+6}$	
$q_{i+5}$	$\square$	$\alpha$	R	$q_{i+6}$	
$q_{i+6}$	C	C	R	$q_{i+7}$	Expansión para la m-función CON <sub>2</sub> (S, $\alpha$ )
$q_{i+6}$	Not C	Not C	R	$q_{i+8}$	
$q_{i+6}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+8}$	
$q_{i+7}$	Any	$\alpha$	R	$q_{i+6}$	
$q_{i+7}$	$\square$	$\alpha$	R	$q_{i+6}$	
$q_{i+8}$	Any	Any	R	S	
$q_{i+8}$	$\square$	$\square$	R	S	

### 5.3.4 Nombre final para CON(S, $\alpha$ )

Con base en la expansión anterior, se observa que la m-función CON(S,  $\alpha$ ) necesita de nueve (9) estados  $\{q_i, q_{i+1}, q_{i+2}, \dots, q_{i+8}\}$  para realizar su función. Característica que se denotará por:

CON( $q_i, S, \alpha, 9$ ).

## 5.4 m-función L(S)

### 5.4.1 Explicación original

En el original no presenta debido a su simplicidad. La m-función L(S) se desplaza una posición a la izquierda.  $\rightarrow S$ .

## 5.4.2 Descripción original

m-config      symbol    behavior    final m-config

L(S)                                  L                                  S

## 5.4.3 Expansión de L(S)

Estado actual	Símbolo leer	Símbolo escribir	Mov.	Estado siguiente	Explicación
$q_i$	Any	Any	L	S	Expansión para la m-función L(S)
$q_i$	□	□	L	S	

## 5.4.4 Nombre final para L(S)

Con base en la expansión anterior, se observa que la m-función L(S) necesita de un (1) estado  $\{q_i\}$  para realizar su función, característica que se denotará por:  $L(q_i, S, 1)$ .

## 5.5 m-función $F'(S, B, \alpha)$

### 5.5.1 Explicación original

*"From  $F''(S, B, \alpha)$  it does the same as for  $F''(S, B, \alpha)$  but moves to the left before  $\rightarrow S$ ."*  
 ([Turing, 1936-37], pág. 237)

### 5.5.2 Descripción original

m-config      symbol    behavior    final m-config

$F'(S, B, \alpha)$                                    $F'(L(S), B, \alpha)$

### 5.5.3 Expansión de $F'(S, B, \alpha)$

Estado actual	Símbolo leer	Símbolo escribir	Mov.	Estado siguiente	Explicación
$q_i$	e	e	L	$q_{i+1}$	Expansión para la m-función $F'(S, B, \alpha)$ .
$q_i$	not e	not e	L	$q_i$	
$q_i$	□	□	L	$q_i$	

Estado actual	Símbolo leer	Símbolo escribir	Mov.	Estado siguiente	Explicación
$q_{i+1}$	$\alpha$	$\alpha$	L	S	Esta instrucción marca la diferencia entre las m-funciones $F(S, B, \alpha)$ y $F'(S, B, \alpha)$ . Mientras en la primera m-función no se realiza ningún movimiento, en la segunda se realiza un movimiento a la izquierda.
$q_{i+1}$	not $\alpha$	not $\alpha$	R	$q_{i+1}$	
$q_{i+1}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+2}$	
$q_{i+2}$	$\alpha$	$\alpha$	L	S	Esta instrucción marca la diferencia entre las m-funciones $F(S, B, \alpha)$ y $F'(S, B, \alpha)$ . Mientras en la primera m-función no se realiza ningún movimiento, en la segunda se realiza un movimiento a la izquierda.
$q_{i+2}$	not $\alpha$	not $\alpha$	R	$q_{i+1}$	
$q_{i+2}$	$\square$	$\square$	R	B	

### 5.5.4 Nombre final para $F'(S, B, \alpha)$

Con base en la expansión anterior, se observa que la m-función  $F'(S, B, \alpha)$  necesita de tres (3) estados  $\{q_i, q_{i+1}, q_{i+2}\}$  para realizar su función, característica que se denotará por:  $F'(S, B, \alpha)$ .

### 5.6 m-función $CP(S, A, C, \alpha, \beta)$

#### 5.6.1 Explicación original

*"The first symbol marked  $\alpha$  and the first marked  $\beta$  are compared. If there is neither  $\alpha$  nor  $\beta$ ,  $\rightarrow C$ . If there are both and the symbols are alike,  $\rightarrow S$ . Otherwise  $\rightarrow A$ ." ([Turing, 1936-37], pág. 238)*

#### 5.6.2 Descripción original

m-config	symbol	behavior	final m-config
$CP(S, A, C, \alpha, \beta)$			$F'(CP_1(S, A, \beta), F(A, C, \beta), \alpha)$
$CP_1(S, A, \beta)$	$\gamma$		$F'(CP_2(S, A, \gamma), A, \beta)$
$CP_2(S, A, \gamma)$	$\gamma$		S
	not $\gamma$		A

### 5.6.3 Observaciones

La m-función  $CP(S, A, C, \alpha, \beta)$  ilustra una alternativa muy significativa -relacionada con la potencia de expresión de las m-funciones- que no se había presentado hasta el momento. La instrucción siguiente ilustra esta alternativa:

m-config	symbol	behavior	final m-config
$CP_1(S, A, \beta)$	$\gamma$		$F'(CP_2(S, A, \gamma), A, \beta)$

El símbolo ' $\gamma$ ' NO es un parámetro de la m-función, por el contrario, es cualquier símbolo que presente la posibilidad de estar en la cinta (es decir, es un símbolo perteneciente al alfabeto de la máquina de Turing) y, una vez leído éste, se utiliza como parámetro para continuar con las instrucciones siguientes.

Esta posibilidad simplifica bastante la descripción de cualquier máquina. Por otro lado, es necesario conocer el alfabeto de la máquina (de la cual hace parte esta posibilidad), para poder realizar su expansión (detallada).

### 5.6.4 Expansión de $CP(S, A, C, \alpha, \beta)$

Estado actual	Símbolo leer	Símbolo escribir	Mov.	Estado siguiente	Explicación
					Expansión para la m-función $CP(S, A, C, \alpha, \beta)$ .
$q_i$	e	e	L	$q_{i+1}$	Inicialmente se expande la m-función $F'(CP_1(S, A, \beta), F(A, C, \beta), \alpha)$ .
$q_i$	not e	not e	L	$q_i$	
$q_i$	$\square$	$\square$	L	$q_i$	
$q_{i+1}$	$\alpha$	$\alpha$	L	$q_{i+6}$	El primer parámetro de $F'(CP_1(S, A, \beta), F(A, C, \beta), \alpha)$ corresponde a la m-función $CP_1(S, A, \beta)$ .
$q_{i+1}$	not $\alpha$	not $\alpha$	R	$q_{i+1}$	
$q_{i+1}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+2}$	
$q_{i+2}$	$\alpha$	$\alpha$	L	$q_{i+6}$	El primer parámetro de $F'(CP_1(S, A, \beta), F(A, C, \beta), \alpha)$ corresponde a la m-función $CP_1(S, A, \beta)$ .

Estado actual	Símbolo leer	Símbolo escribir	Mov.	Estado siguiente	Explicación
$q_{i+2}$	not $\alpha$	not $\alpha$	R	$q_{i+1}$	
$q_{i+2}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+3}$	El segundo parámetro de $F'(CP_1(S, A, \beta), F(A, C, \beta), \alpha)$ corresponde a la m-función $F(A, C, \beta)$ .
$q_{i+3}$	e	e	L	$q_{i+4}$	Expansión para la m-función $F(A, C, \beta)$ .
$q_{i+3}$	not e	not e	L	$q_{i+3}$	
$q_{i+3}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+3}$	
$q_{i+4}$	$\beta$	$\beta$	N	<b>A</b>	
$q_{i+4}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+4}$	
$q_{i+4}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+5}$	
$q_{i+5}$	$\beta$	$\beta$	N	<b>A</b>	
$q_{i+5}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+4}$	
$q_{i+5}$	$\square$	$\square$	R	<b>C</b>	
$q_{i+6}$	$\gamma$	$\gamma$	N	$q_{i+7}$	Expansión para la m-función $CP_1(S, A, \beta)$ .
$q_{i+7}$	e	e	L	$q_{i+8}$	Expansión para la m-función $F'(CP_2(S, A, \gamma), A, \beta)$ .
$q_{i+7}$	not e	not e	L	$q_{i+7}$	
$q_{i+7}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+7}$	
$q_{i+8}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+10}$	El primer parámetro de $F'(CP_2(S, A, \gamma), A, \beta)$ corresponde a la m-función $CP_2(S, A, \gamma)$ .
$q_{i+8}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+8}$	
$q_{i+8}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+9}$	
$q_{i+9}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+10}$	El primer parámetro de $F'(CP_2(S, A, \gamma), A, \beta)$ corresponde a la m-función $CP_2(S, A, \gamma)$ .
$q_{i+9}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+8}$	
$q_{i+9}$	$\square$	$\square$	R	<b>A</b>	El segundo parámetro de $F'(CP_2(S, A, \gamma), A, \beta)$ es <b>A</b> .
$q_{i+10}$	$\gamma$	$\gamma$	N	<b>S</b>	Expansión para la m-función $CP_2(S, A, \gamma)$ .
$q_{i+10}$	not $\gamma$	not $\gamma$	N	<b>A</b>	
$q_{i+10}$	$\square$	$\square$	N	<b>A</b>	

La expansión (detallada) de la m-función  $CP(S, A, C, \alpha, \beta)$  exige conocer el alfabeto de la máquina en la cual se va a utilizar. Para este caso, el alfabeto de la máquina universal de Turing U es :  $\{\square, A, C, D, L, R, N, e, u, v, w, x, y, z, 0, 1, ;, :, ::\}$  donde los símbolos que pueden ser marcados son:  $\{A, C, D, L, R, N, 0, 1, ;\}$ ; este conjunto es el dominio del parámetro  $\gamma$ . Con base en lo anterior la expansión de  $CP(S, A, C, \alpha, \beta)$  es:

Estado actual	Símbolo leer	Símbolo escribir	Mov.	Estado siguiente	Explicación
					Expansión para la m-función $CP(S, A, C, \alpha, \beta)$ .
$q_i$	e	e	L	$q_{i+1}$	Inicialmente se expande la m-función $F'(CP_1(S, A, \beta), F(A, C, \beta), \alpha)$
$q_i$	not e	not e	L	$q_i$	
$q_i$	$\square$	$\square$	L	$q_i$	
$q_{i+1}$	$\alpha$	$\alpha$	L	$q_{i+6}$	El primer parámetro de $F'(CP_1(S, A, \beta), F(A, C, \beta), \alpha)$ corresponde a la m-función $CP_1(S, A, \beta)$ .
$q_{i+1}$	not $\alpha$	not $\alpha$	R	$q_{i+1}$	
$q_{i+1}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+2}$	
$q_{i+2}$	$\alpha$	$\alpha$	L	$q_{i+6}$	El primer parámetro de $F'(CP_1(S, A, \beta), F(A, C, \beta), \alpha)$ corresponde a la m-función $CP_1(S, A, \beta)$ .
$q_{i+2}$	not $\alpha$	not $\alpha$	R	$q_{i+1}$	
$q_{i+2}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+3}$	El segundo parámetro de $F'(CP_1(S, A, \beta), F(A, C, \beta), \alpha)$ corresponde a la m-función $F(A, C, \beta)$ .
$q_{i+3}$	e	e	L	$q_{i+4}$	Expansión para la m-función $F(A, C, \beta)$ .
$q_{i+3}$	not e	not e	L	$q_{i+3}$	
$q_{i+3}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+3}$	
$q_{i+4}$	$\beta$	$\beta$	N	<b>A</b>	
$q_{i+4}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+4}$	
$q_{i+4}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+5}$	
$q_{i+5}$	$\beta$	$\beta$	N	<b>A</b>	
$q_{i+5}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+4}$	
$q_{i+5}$	$\square$	$\square$	R	<b>C</b>	
					Expansión para la m-función $CP_1(S, A, \beta)$ .
$q_{i+6}$	<b>A</b>	<b>A</b>	N	$q_{i+7}$	$\gamma = A$
$q_{i+6}$	<b>C</b>	<b>C</b>	N	$q_{i+11}$	$\gamma = C$
$q_{i+6}$	<b>D</b>	<b>D</b>	N	$q_{i+15}$	$\gamma = D$
$q_{i+6}$	<b>L</b>	<b>L</b>	N	$q_{i+19}$	$\gamma = L$
$q_{i+6}$	<b>R</b>	<b>R</b>	N	$q_{i+23}$	$\gamma = R$
$q_{i+6}$	<b>N</b>	<b>N</b>	N	$q_{i+27}$	$\gamma = N$
$q_{i+6}$	<b>0</b>	<b>0</b>	N	$q_{i+31}$	$\gamma = 0$



Estado actual	Símbolo leer	Símbolo escribir	Mov.	Estado siguiente	Explicación
$q_{i+6}$	1	1	N	$q_{i+35}$	$\gamma = 1$
$q_{i+6}$	;	;	N	$q_{i+39}$	$\gamma = ;$
$q_{i+7}$	e	e	L	$q_{i+8}$	Expansión para la m-función $F'(CP_2(S, A, A), A, \beta)$ .
$q_{i+7}$	not e	not e	L	$q_{i+7}$	
$q_{i+7}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+7}$	
$q_{i+8}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+10}$	
$q_{i+8}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+8}$	
$q_{i+8}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+9}$	
$q_{i+9}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+10}$	
$q_{i+9}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+8}$	
$q_{i+9}$	$\square$	$\square$	R	<b>A</b>	
$q_{i+10}$	<b>A</b>	<b>A</b>	N	<b>S</b>	
$q_{i+10}$	not <b>A</b>	not <b>A</b>	N	<b>A</b>	
$q_{i+10}$	$\square$	$\square$	N	<b>A</b>	
$q_{i+11}$	e	e	L	$q_{i+12}$	Expansión para la m-función $F'(CP_2(S, A, C), A, \beta)$ .
$q_{i+11}$	not e	not e	L	$q_{i+11}$	
$q_{i+11}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+11}$	
$q_{i+12}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+14}$	
$q_{i+12}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+12}$	
$q_{i+12}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+13}$	
$q_{i+13}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+14}$	
$q_{i+13}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+12}$	
$q_{i+13}$	$\square$	$\square$	R	<b>A</b>	
$q_{i+14}$	<b>C</b>	<b>C</b>	N	<b>S</b>	
$q_{i+14}$	not <b>C</b>	not <b>C</b>	N	<b>A</b>	
$q_{i+14}$	$\square$	$\square$	N	<b>A</b>	
$q_{i+15}$	e	e	L	$q_{i+16}$	Expansión para la m-función $F'(CP_2(S, A, D), A, \beta)$ .
$q_{i+15}$	not e	not e	L	$q_{i+15}$	
$q_{i+15}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+15}$	
$q_{i+16}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+18}$	
$q_{i+16}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+16}$	
$q_{i+16}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+17}$	

Estado actual	Símbolo leer	Símbolo escribir	Mov.	Estado siguiente	Explicación
$q_{i+17}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+18}$	
$q_{i+17}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+16}$	
$q_{i+17}$	$\square$	$\square$	R	<b>A</b>	
$q_{i+18}$	$\square$	$\square$	N	<b>S</b>	
$q_{i+18}$	not D	not D	N	<b>A</b>	
$q_{i+18}$	$\square$	$\square$	N	<b>A</b>	
$q_{i+19}$	e	e	L	$q_{i+20}$	Expansión para la m-función $F'(CP_2(S, A, L), A, \beta)$ .
$q_{i+19}$	not e	not e	L	$q_{i+19}$	
$q_{i+19}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+19}$	
$q_{i+20}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+22}$	
$q_{i+20}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+20}$	
$q_{i+20}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+21}$	
$q_{i+21}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+22}$	
$q_{i+21}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+20}$	
$q_{i+21}$	$\square$	$\square$	R	<b>A</b>	
$q_{i+22}$	L	L	N	<b>S</b>	
$q_{i+22}$	not L	not L	N	<b>A</b>	
$q_{i+22}$	$\square$	$\square$	N	<b>A</b>	
$q_{i+23}$	e	e	L	$q_{i+24}$	Expansión para la m-función $F'(CP_2(S, A, R), A, \beta)$
$q_{i+23}$	not e	not e	L	$q_{i+23}$	
$q_{i+23}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+23}$	
$q_{i+24}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+26}$	
$q_{i+24}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+24}$	
$q_{i+24}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+25}$	
$q_{i+25}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+26}$	
$q_{i+25}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+24}$	
$q_{i+25}$	$\square$	$\square$	R	<b>A</b>	
$q_{i+26}$	R	R	N	<b>S</b>	
$q_{i+26}$	not R	not R	N	<b>A</b>	
$q_{i+26}$	$\square$	$\square$	N	<b>A</b>	
$q_{i+27}$	e	e	L	$q_{i+28}$	Expansión para la m-función $F'(CP_2(S, A, N), A, \beta)$ .
$q_{i+27}$	not e	not e	L	$q_{i+27}$	

Estado actual	Símbolo leer	Símbolo escribir	Mov.	Estado siguiente	Explicación
$q_{i+27}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+27}$	
$q_{i+28}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+30}$	
$q_{i+28}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+28}$	
$q_{i+28}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+29}$	
$q_{i+29}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+30}$	
$q_{i+29}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+28}$	
$q_{i+29}$	$\square$	$\square$	R	<b>A</b>	
$q_{i+30}$	N	N	N	<b>S</b>	
$q_{i+30}$	not N	not N	N	<b>A</b>	
$q_{i+30}$	$\square$	$\square$	N	<b>A</b>	
$q_{i+31}$	e	e	L	$q_{i+32}$	Expansión para la m-función $F'(CP_2(S, A, 0), A, \beta)$ .
$q_{i+31}$	not e	not e	L	$q_{i+31}$	
$q_{i+31}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+31}$	
$q_{i+32}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+34}$	
$q_{i+32}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+32}$	
$q_{i+32}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+33}$	
$q_{i+33}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+34}$	
$q_{i+33}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+32}$	
$q_{i+33}$	$\square$	$\square$	R	<b>A</b>	
$q_{i+34}$	0	0	N	<b>S</b>	
$q_{i+34}$	not 0	not 0	N	<b>A</b>	
$q_{i+34}$	$\square$	$\square$	N	<b>A</b>	
$q_{i+35}$	e	e	L	$q_{i+36}$	Expansión para la m-función $F'(CP_2(S, A, 1), A, \beta)$ .
$q_{i+35}$	not e	not e	L	$q_{i+35}$	
$q_{i+35}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+35}$	
$q_{i+36}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+38}$	
$q_{i+36}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+36}$	
$q_{i+36}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+37}$	
$q_{i+37}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+38}$	
$q_{i+37}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+36}$	
$q_{i+37}$	$\square$	$\square$	R	<b>A</b>	
$q_{i+38}$	1	1	N	<b>S</b>	
$q_{i+38}$	not 1	not 1	N	<b>A</b>	





5.8.3 Expansión de CPE(S, A, C,  $\alpha$ ,  $\beta$ )<sup>(5)</sup>

Estado actual	Símbolo leer	Símbolo escribir	Mov.	Estado siguiente	Explicación
$q_i$	e	e	L	$q_{i+1}$	Expansión para la m-función CPE(S, A, C, $\alpha$ , $\beta$ ).
$q_i$	not e	not e	L	$q_i$	
$q_i$	$\square$	$\square$	L	$q_i$	
$q_{i+1}$	$\alpha$	$\alpha$	L	$q_{i+6}$	
$q_{i+1}$	not $\alpha$	not $\alpha$	R	$q_{i+1}$	
$q_{i+1}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+2}$	
$q_{i+2}$	$\alpha$	$\alpha$	L	$q_{i+6}$	
$q_{i+2}$	not $\alpha$	not $\alpha$	R	$q_{i+1}$	
$q_{i+2}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+3}$	
$q_{i+3}$	e	e	L	$q_{i+4}$	
$q_{i+3}$	not e	not e	L	$q_{i+3}$	
$q_{i+3}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+3}$	
$q_{i+4}$	$\beta$	$\beta$	N	<b>A</b>	
$q_{i+4}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+4}$	
$q_{i+4}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+5}$	
$q_{i+5}$	$\beta$	$\beta$	N	<b>A</b>	
$q_{i+5}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+4}$	
$q_{i+5}$	$\square$	$\square$	R	<b>C</b>	
$q_{i+6}$	<b>A</b>	<b>A</b>	N	$q_{i+7}$	
$q_{i+6}$	<b>C</b>	<b>C</b>	N	$q_{i+11}$	
$q_{i+6}$	<b>D</b>	<b>D</b>	N	$q_{i+15}$	
$q_{i+6}$	<b>L</b>	<b>L</b>	N	$q_{i+19}$	
$q_{i+6}$	<b>R</b>	<b>R</b>	N	$q_{i+23}$	
$q_{i+6}$	<b>N</b>	<b>N</b>	N	$q_{i+27}$	
$q_{i+6}$	<b>0</b>	<b>0</b>	N	$q_{i+31}$	
$q_{i+6}$	<b>1</b>	<b>1</b>	N	$q_{i+35}$	
$q_{i+6}$	<b>;</b>	<b>;</b>	N	$q_{i+39}$	
$q_{i+7}$	e	e	L	$q_{i+8}$	
$q_{i+7}$	not e	not e	L	$q_{i+7}$	
$q_{i+7}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+7}$	
$q_{i+8}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+10}$	
$q_{i+8}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+8}$	

(5) Para el caso de los símbolos pertenecientes al alfabeto de la máquina universal de Turing que pueden ser marcados, es decir:  $\{\{A, C, D, L, R, N, 0, 1, ;\}\}$ .

Estado actual	Símbolo leer	Símbolo escribir	Mov.	Estado siguiente	Explicación
$q_{i+8}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+9}$	
$q_{i+9}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+10}$	
$q_{i+9}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+8}$	
$q_{i+9}$	$\square$	$\square$	R	<b>A</b>	
$q_{i+10}$	<b>A</b>	<b>A</b>	N	$q_{i+43}$	
					Esta instrucción marca la diferencia entre las m-funciones $CP(S, A, C, \alpha, \beta)$ y $CPE(S, A, C, \alpha, \beta)$ . Mientras en la primera m-función se invoca la m-configuración 'S', en la segunda se invoca la m-función $E(E(S, S, \beta), S, \alpha)$ que es la encargada de eliminar los primeros símbolos $\alpha$ y $\beta$ respectivamente.
$q_{i+10}$	not <b>A</b>	not <b>A</b>	N	<b>A</b>	
$q_{i+10}$	$\square$	$\square$	N	<b>A</b>	
$q_{i+11}$	<i>e</i>	<i>e</i>	L	$q_{i+12}$	
$q_{i+11}$	not <i>e</i>	not <i>e</i>	L	$q_{i+11}$	
$q_{i+11}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+11}$	
$q_{i+12}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+14}$	
$q_{i+12}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+12}$	
$q_{i+12}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+13}$	
$q_{i+13}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+14}$	
$q_{i+13}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+12}$	
$q_{i+13}$	$\square$	$\square$	R	<b>A</b>	
$q_{i+14}$	<b>C</b>	<b>C</b>	N	$q_{i+43}$	Similar a la explicación anterior.
$q_{i+14}$	not <b>C</b>	not <b>C</b>	N	<b>A</b>	
$q_{i+14}$	$\square$	$\square$	N	<b>A</b>	
$q_{i+15}$	<i>e</i>	<i>e</i>	L	$q_{i+16}$	
$q_{i+15}$	not <i>e</i>	not <i>e</i>	L	$q_{i+15}$	
$q_{i+15}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+15}$	
$q_{i+16}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+18}$	
$q_{i+16}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+16}$	
$q_{i+16}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+17}$	
$q_{i+17}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+18}$	
$q_{i+17}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+16}$	

Estado actual	Símbolo leer	Símbolo escribir	Mov.	Estado siguiente	Explicación
$q_{i+17}$	$\square$	$\square$	R	A	
$q_{i+18}$	D	D	N	$q_{i+43}$	Similar a la explicación anterior.
$q_{i+18}$	not D	not D	N	A	
$q_{i+18}$	$\square$	$\square$	N	A	
$q_{i+19}$	e	e	L	$q_{i+20}$	
$q_{i+19}$	not e	not e	L	$q_{i+19}$	
$q_{i+19}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+19}$	
$q_{i+20}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+22}$	
$q_{i+20}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+20}$	
$q_{i+20}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+21}$	
$q_{i+21}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+22}$	
$q_{i+21}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+20}$	
$q_{i+21}$	$\square$	$\square$	R	A	
$q_{i+22}$	L	L	N	$q_{i+43}$	Similar a la explicación anterior.
$q_{i+22}$	not L	not L	N	A	
$q_{i+22}$	$\square$	$\square$	N	A	
$q_{i+23}$	e	e	L	$q_{i+24}$	
$q_{i+23}$	not e	not e	L	$q_{i+23}$	
$q_{i+23}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+23}$	
$q_{i+24}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+26}$	
$q_{i+24}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+24}$	
$q_{i+24}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+25}$	
$q_{i+25}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+26}$	
$q_{i+25}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+24}$	
$q_{i+25}$	$\square$	$\square$	R	A	
$q_{i+26}$	R	R	N	$q_{i+43}$	Similar a la explicación anterior.
$q_{i+26}$	not R	not R	N	A	
$q_{i+26}$	$\square$	$\square$	N	A	
$q_{i+27}$	e	e	L	$q_{i+28}$	
$q_{i+27}$	not e	not e	L	$q_{i+27}$	
$q_{i+27}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+27}$	
$q_{i+28}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+30}$	
$q_{i+28}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+28}$	
$q_{i+28}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+29}$	
$q_{i+29}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+30}$	



Estado actual	Símbolo leer	Símbolo escribir	Mov.	Estado siguiente	Explicación
$q_{i+29}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+28}$	
$q_{i+29}$	$\square$	$\square$	R	<b>A</b>	
$q_{i+30}$	N	N	N	$q_{i+43}$	Similar a la explicación anterior.
$q_{i+30}$	not N	not N	N	<b>A</b>	
$q_{i+30}$	$\square$	$\square$	N	<b>A</b>	
$q_{i+31}$	e	e	L	$q_{i+32}$	
$q_{i+31}$	not e	not e	L	$q_{i+31}$	
$q_{i+31}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+31}$	
$q_{i+32}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+34}$	
$q_{i+32}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+32}$	
$q_{i+32}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+33}$	
$q_{i+33}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+34}$	
$q_{i+33}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+32}$	
$q_{i+33}$	$\square$	$\square$	R	<b>A</b>	
$q_{i+34}$	0	0	N	$q_{i+43}$	Similar a la explicación anterior.
$q_{i+34}$	not 0	not 0	N	<b>A</b>	
$q_{i+34}$	$\square$	$\square$	N	<b>A</b>	
$q_{i+35}$	e	e	L	$q_{i+36}$	
$q_{i+35}$	not e	not e	L	$q_{i+35}$	
$q_{i+35}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+35}$	
$q_{i+36}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+38}$	
$q_{i+36}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+36}$	
$q_{i+36}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+37}$	
$q_{i+37}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+38}$	
$q_{i+37}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+36}$	
$q_{i+37}$	$\square$	$\square$	R	<b>A</b>	
$q_{i+38}$	1	1	N	$q_{i+43}$	Similar a la explicación anterior.
$q_{i+38}$	not 1	not 1	N	<b>A</b>	
$q_{i+38}$	$\square$	$\square$	N	<b>A</b>	
$q_{i+39}$	e	e	L	$q_{i+40}$	
$q_{i+39}$	not e	not e	L	$q_{i+39}$	
$q_{i+39}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+39}$	
$q_{i+40}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+42}$	
$q_{i+40}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+40}$	
$q_{i+40}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+41}$	

Estado actual	Símbolo leer	Símbolo escribir	Mov.	Estado siguiente	Explicación
$q_{i+41}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+42}$	
$q_{i+41}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+40}$	
$q_{i+41}$	$\square$	$\square$	R	<b>A</b>	
$q_{i+42}$	$;$	$;$	N	$q_{i+43}$	Similar a la explicación anterior.
$q_{i+42}$	not $;$	not $;$	N	<b>A</b>	
$q_{i+42}$	$\square$	$\square$	N	<b>A</b>	
$q_{i+43}$					Expansión para la m-función $E(E(S, S, \beta), S, \alpha)$
$q_{i+43}$	e	e	L	$q_{i+44}$	Expansión para la m-función $E(E(S, S, \beta), S, \alpha)$
$q_{i+43}$	not e	not e	L	$q_{i+43}$	
$q_{i+43}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+43}$	
$q_{i+44}$	$\alpha$	$\square$	N	$q_{i+46}$	Se invoca la m-función $E(S, S, \beta)$
$q_{i+44}$	not $\alpha$	not $\alpha$	R	$q_{i+44}$	
$q_{i+44}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+45}$	
$q_{i+45}$	$\alpha$	$\square$	N	$q_{i+46}$	Se invoca la m-función $E(S, S, \beta)$
$q_{i+45}$	not $\alpha$	not $\alpha$	R	$q_{i+44}$	
$q_{i+45}$	$\square$	$\square$	R	<b>S</b>	
$q_{i+46}$	e	e	L	$q_{i+47}$	Expansión para la m-función $E(S, S, \beta)$
$q_{i+46}$	not e	not e	L	$q_{i+46}$	
$q_{i+46}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+46}$	
$q_{i+47}$	$\alpha$	$\square$	N	<b>S</b>	
$q_{i+47}$	not $\alpha$	not $\alpha$	R	$q_{i+47}$	
$q_{i+47}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+48}$	
$q_{i+48}$	$\alpha$	$\square$	N	<b>S</b>	
$q_{i+48}$	not $\alpha$	not $\alpha$	R	$q_{i+47}$	
$q_{i+48}$	$\square$	$\square$	R	<b>S</b>	

#### 5.8.4 Nombre final para $CPE(S, A, C, \alpha, \beta)$

Con base en la expansión anterior, se observa que la m-función  $CPE(S, A, C, \alpha, \beta)$  necesita de 49 estados  $\{q_i, q_{i+1}, q_{i+2}, \dots, q_{i+48}\}$  para realizar su función. Característica que se denotará por:

$CPE(q_i, S, A, C, \alpha, \beta, 49)$ .

## 5.9 m-función CPE(A, C, α, β)

### 5.9.1 Explicación original

"CPE(A, C, α, β). The sequence of symbols marked α is compared with the sequence marked β. → C if they similar. Otherwise → A. Some of the symbols α and β are erased." ([Turing, 1936-37], pág. 238)

### 5.9.2 Descripción original

m-config      symbol    behavior    final m-config

CPE(A, C, α, β)                              CPE(CPE(A, C, α, β), A, C, α, β)

### 5.9.3 Observaciones

La m-función CPE(A, C, α, β) es diferente de la m-función CPE(S, A, C, α, β) (descrita en la sección 0 m-función cpE(S, A, C, α, β)).

La m-función CPE(A, C, α, β) es recursiva tal como lo indica la instrucción:

m-config      symbol    behavior    final m-config

CPE(A, C, α, β)                              CPE(CPE(A, C, α, β), A, C, α, β)

El criterio de parada para la recursividad es el que no existan más símbolos marcados con los parámetros 'α' y 'β'.

### 5.9.4 Expansión de CPE(A, C, α, β)

Estado actual	Símbolo leer	Símbolo escribir	Mov.	Estado siguiente	Explicación
$q_i$	e	e	L	$q_{i+1}$	Expansión para la m-función CPE(A, C, α, β).
$q_i$	not e	not e	L	$q_i$	
$q_i$	□	□	L	$q_i$	
$q_{i+1}$	α	α	L	$q_{i+6}$	
$q_{i+1}$	not α	not α	R	$q_{i+1}$	
$q_{i+1}$	□	□	R	$q_{i+2}$	
$q_{i+2}$	α	α	L	$q_{i+6}$	
$q_{i+2}$	not α	not α	R	$q_{i+1}$	

Estado actual	Símbolo leer	Símbolo escribir	Mov.	Estado siguiente	Explicación
$q_{i+2}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+3}$	
$q_{i+3}$	e	e	L	$q_{i+4}$	
$q_{i+3}$	not e	not e	L	$q_{i+3}$	
$q_{i+3}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+3}$	
$q_{i+4}$	$\beta$	$\beta$	N	<b>A</b>	
$q_{i+4}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+4}$	
$q_{i+4}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+5}$	
$q_{i+5}$	$\beta$	$\beta$	N	<b>A</b>	
$q_{i+5}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+4}$	
$q_{i+5}$	$\square$	$\square$	R	<b>C</b>	
$q_{i+6}$	A	A	N	$q_{i+7}$	
$q_{i+6}$	C	C	N	$q_{i+11}$	
$q_{i+6}$	D	D	N	$q_{i+15}$	
$q_{i+6}$	L	L	N	$q_{i+19}$	
$q_{i+6}$	R	R	N	$q_{i+23}$	
$q_{i+6}$	N	N	N	$q_{i+27}$	
$q_{i+6}$	0	0	N	$q_{i+31}$	
$q_{i+6}$	1	1	N	$q_{i+35}$	
$q_{i+6}$	;	;	N	$q_{i+39}$	
$q_{i+7}$	e	e	L	$q_{i+8}$	
$q_{i+7}$	not e	not e	L	$q_{i+7}$	
$q_{i+7}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+7}$	
$q_{i+8}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+10}$	
$q_{i+8}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+8}$	
$q_{i+8}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+9}$	
$q_{i+9}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+10}$	
$q_{i+9}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+8}$	
$q_{i+9}$	$\square$	$\square$	R	<b>A</b>	
$q_{i+10}$	A	A	N	$q_{i+43}$	
$q_{i+10}$	not A	not A	N	<b>A</b>	
$q_{i+10}$	$\square$	$\square$	N	<b>A</b>	
$q_{i+11}$	e	e	L	$q_{i+12}$	
$q_{i+11}$	not e	not e	L	$q_{i+11}$	
$q_{i+11}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+11}$	
$q_{i+12}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+14}$	

Estado actual	Símbolo leer	Símbolo escribir	Mov.	Estado siguiente	Explicación
$q_{i+12}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+12}$	
$q_{i+12}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+13}$	
$q_{i+13}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+14}$	
$q_{i+13}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+12}$	
$q_{i+13}$	$\square$	$\square$	R	<b>A</b>	
$q_{i+14}$	C	C	N	$q_{i+43}$	
$q_{i+14}$	not C	not C	N	<b>A</b>	
$q_{i+14}$	$\square$	$\square$	N	<b>A</b>	
$q_{i+15}$	e	e	L	$q_{i+16}$	
$q_{i+15}$	not e	not e	L	$q_{i+15}$	
$q_{i+15}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+15}$	
$q_{i+16}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+18}$	
$q_{i+16}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+16}$	
$q_{i+16}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+17}$	
$q_{i+17}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+18}$	
$q_{i+17}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+16}$	
$q_{i+17}$	$\square$	$\square$	R	<b>A</b>	
$q_{i+18}$	D	D	N	$q_{i+43}$	
$q_{i+18}$	not D	not D	N	<b>A</b>	
$q_{i+18}$	$\square$	$\square$	N	<b>A</b>	
$q_{i+19}$	e	e	L	$q_{i+20}$	
$q_{i+19}$	not e	not e	L	$q_{i+19}$	
$q_{i+19}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+19}$	
$q_{i+20}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+22}$	
$q_{i+20}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+20}$	
$q_{i+20}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+21}$	
$q_{i+21}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+22}$	
$q_{i+21}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+20}$	
$q_{i+21}$	$\square$	$\square$	R	<b>A</b>	
$q_{i+22}$	L	L	N	$q_{i+43}$	
$q_{i+22}$	not L	not L	N	<b>A</b>	
$q_{i+22}$	$\square$	$\square$	N	<b>A</b>	
$q_{i+23}$	e	e	L	$q_{i+24}$	
$q_{i+23}$	not e	not e	L	$q_{i+23}$	
$q_{i+23}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+23}$	

Estado actual	Símbolo leer	Símbolo escribir	Mov.	Estado siguiente	Explicación
$q_{i+24}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+26}$	
$q_{i+24}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+24}$	
$q_{i+24}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+25}$	
$q_{i+25}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+26}$	
$q_{i+25}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+24}$	
$q_{i+25}$	$\square$	$\square$	R	<b>A</b>	
$q_{i+26}$	R	R	N	$q_{i+43}$	
$q_{i+26}$	not R	not R	N	<b>A</b>	
$q_{i+26}$	$\square$	$\square$	N	<b>A</b>	
$q_{i+27}$	e	e	L	$q_{i+28}$	
$q_{i+27}$	not e	not e	L	$q_{i+27}$	
$q_{i+27}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+27}$	
$q_{i+28}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+30}$	
$q_{i+28}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+28}$	
$q_{i+28}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+29}$	
$q_{i+29}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+30}$	
$q_{i+29}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+28}$	
$q_{i+29}$	$\square$	$\square$	R	<b>A</b>	
$q_{i+30}$	N	N	N	$q_{i+43}$	
$q_{i+30}$	not N	not N	N	<b>A</b>	
$q_{i+30}$	$\square$	$\square$	N	<b>A</b>	
$q_{i+31}$	e	e	L	$q_{i+32}$	
$q_{i+31}$	not e	not e	L	$q_{i+31}$	
$q_{i+31}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+31}$	
$q_{i+32}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+34}$	
$q_{i+32}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+32}$	
$q_{i+32}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+33}$	
$q_{i+33}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+34}$	
$q_{i+33}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+32}$	
$q_{i+33}$	$\square$	$\square$	R	<b>A</b>	
$q_{i+34}$	0	0	N	$q_{i+43}$	
$q_{i+34}$	not 0	not 0	N	<b>A</b>	
$q_{i+34}$	$\square$	$\square$	N	<b>A</b>	
$q_{i+35}$	e	e	L	$q_{i+36}$	
$q_{i+35}$	not e	not e	L	$q_{i+35}$	

Estado actual	Símbolo leer	Símbolo escribir	Mov.	Estado siguiente	Explicación
$q_{i+35}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+35}$	
$q_{i+36}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+38}$	
$q_{i+36}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+36}$	
$q_{i+36}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+37}$	
$q_{i+37}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+38}$	
$q_{i+37}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+36}$	
$q_{i+37}$	$\square$	$\square$	R	<b>A</b>	
$q_{i+38}$	1	1	N	$q_{i+43}$	
$q_{i+38}$	not 1	not 1	N	<b>A</b>	
$q_{i+38}$	$\square$	$\square$	N	<b>A</b>	
$q_{i+39}$	e	e	L	$q_{i+40}$	
$q_{i+39}$	not e	not e	L	$q_{i+39}$	
$q_{i+39}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+39}$	
$q_{i+40}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+42}$	
$q_{i+40}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+40}$	
$q_{i+40}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+41}$	
$q_{i+41}$	$\beta$	$\beta$	L	$q_{i+42}$	
$q_{i+41}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+40}$	
$q_{i+41}$	$\square$	$\square$	R	<b>A</b>	
$q_{i+42}$	;	;	N	$q_{i+43}$	
$q_{i+42}$	not ;	not ;	N	<b>A</b>	
$q_{i+42}$	$\square$	$\square$	N	<b>A</b>	
$q_{i+43}$					
$q_{i+43}$	e	e	L	$q_{i+44}$	
$q_{i+43}$	not e	not e	L	$q_{i+43}$	
$q_{i+43}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+43}$	
$q_{i+44}$	$\alpha$	$\square$	N	$q_{i+46}$	
$q_{i+44}$	not $\alpha$	not $\alpha$	R	$q_{i+44}$	
$q_{i+44}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+45}$	
$q_{i+45}$	$\alpha$	$\square$	N	$q_{i+46}$	
$q_{i+45}$	not $\alpha$	not $\alpha$	R	$q_{i+44}$	
$q_{i+45}$	$\square$	$\square$	R	$q_i$	Esta instrucción marca la diferencia entre las m-funciones $CPE(S, A, C, \alpha, \beta)$ y $CPE(A, C, \alpha, \beta)$ . Mientras en la primera m-función se invoca la m-configuración 'S', en la segunda se invoca recursivamente la m-función $CPE(A, C, \alpha, \beta)$ .

Estado actual	Símbolo leer	Símbolo escribir	Mov.	Estado siguiente	Explicación
$q_{i+46}$	e	e	L	$q_{i+47}$	
$q_{i+46}$	not e	not e	L	$q_{i+46}$	
$q_{i+46}$	□	□	L	$q_{i+46}$	
$q_{i+47}$	$\alpha$	□	N	$q_i$	Similar a la explicación anterior.
$q_{i+47}$	not $\alpha$	not $\alpha$	R	$q_{i+47}$	
$q_{i+47}$	□	□	R	$q_{i+48}$	
$q_{i+48}$	$\alpha$	□	N	$q_i$	Similar a la explicación anterior.
$q_{i+48}$	not $\alpha$	not $\alpha$	R	$q_{i+47}$	
$q_{i+48}$	□	□	R	$q_i$	Similar a la explicación anterior.

### 5.9.5 Nombre final para $CPE(A, C, \alpha, \beta)$

Con base en la expansión anterior, se observa que la m-función  $CPE(A, C, \alpha, \beta)$  necesita de 49 estados  $\{q_i, q_{i+1}, q_{i+2}, \dots, q_{i+48}\}$  para realizar su función. Característica que se denotará por:

$CPE(q_i, A, C, \alpha, \beta, 49)$ .

### 5.10 m-función $E(B, \alpha)$

#### 5.10.1 Explicación original

*"From  $E(B, \alpha)$  all letters  $\alpha$  are erased and  $\rightarrow B$ ." ([Turing, 1936-37], pág. 237)*

#### 5.10.2 Descripción original

m-config	symbol	behavior	final m-config
$E(B, \alpha)$			$E(E(B, \alpha), B, \alpha)$

#### 5.10.3 Observaciones

La m-función  $E(B, \alpha)$  es diferente de la m-función  $E(S, B, \alpha)$  (definida en la sección 0 m-función  $E(S, B, \alpha)$ ).

La m-función  $E(B, \alpha)$  es recursiva tal como lo indica la instrucción:

m-config	symbol	behavior	final m-config
$E(B, \alpha)$			$E(E(B, \alpha), B, \alpha)$

El criterio de parada para la recursividad es el que no existan más símbolos ' $\alpha$ ' sobre la cinta.





### 5.11.3 Expansión de $E(\mathbf{B}, \alpha)$

Estado actual	Símbolo leer	Símbolo escribir	Mov.	Estado siguiente	Explicación
$q_i$	e	e	L	$q_{i+1}$	Expansión para la m-función $E(\mathbf{S}, \mathbf{B}, \alpha)$
$q_i$	not e	not e	L	$q_i$	
$q_i$	$\square$	$\square$	L	$q_i$	
$q_{i+1}$	$\alpha$	$\square$	N	$q_i$	
$q_{i+1}$	not $\alpha$	not $\alpha$	R	$q_{i+1}$	
$q_{i+1}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+2}$	
$q_{i+2}$	$\alpha$	$\square$	N	$q_i$	
$q_{i+2}$	not $\alpha$	not $\alpha$	R	$q_{i+1}$	
$q_{i+2}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+3}$	Se invoca $E(\mathbf{B}, \beta)$
$q_{i+3}$	e	e	L	$q_{i+4}$	Expansión para $E(\mathbf{B}, \beta)$
$q_{i+3}$	not e	not e	L	$q_{i+3}$	
$q_{i+3}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+3}$	
$q_{i+4}$	$\beta$	$\square$	N	$q_{i+3}$	
$q_{i+4}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+4}$	
$q_{i+4}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+5}$	
$q_{i+5}$	$\beta$	$\square$	N	$q_{i+3}$	
$q_{i+5}$	not $\beta$	not $\beta$	R	$q_{i+1}$	
$q_{i+5}$	$\square$	$\square$	R	<b>B</b>	

### 5.11.4 Nombre final para $E(\mathbf{B}, \alpha, \beta)$

Con base en la expansión anterior, se observa que la m-función  $E(\mathbf{B}, \alpha, \beta)$  necesita de tres (5) estados  $\{q_i, q_{i+1}, q_{i+2}, \dots, q_{i+5}\}$  para realizar su función, característica que se denotará por:  $E(q_i, \mathbf{B}, \alpha, \beta, 5)$ .

## 5.12 m-función $PE(\mathbf{S}, \beta)$

### 5.12.1 Explicación original

*"From  $PE(\mathbf{S}, \beta)$  the machine prints  $\beta$  at the end of the sequence of symbols and  $\rightarrow \mathbf{S}$ ."  
([Turing, 1936-37], pág. 237)*

## 5.12.2 Descripción original

m-config	symbol	behavior	final m-config
$PE(S, \beta)$			$F(PE_1(S, \beta), S, e)$
$PE_1(S, \beta)$	Any	R, R	$PE_1(S, \beta)$
	None	$P\beta$	$S$

## 5.12.3 Observaciones

En este caso se puede simplificar la expansión de la m-función  $F(PE_1(S, \beta), S, e)$ , porque se conoce *a-priori* que el símbolo 'e' sí esta en la cinta.

## 5.12.4 Expansión de $PE(S, \beta)$

Estado actual	Símbolo leer	Símbolo escribir	Mov.	Estado siguiente	Explicación
$q_i$	e	e	L	$q_{i+1}$	Expansión para la m-función $PE(S, \beta)$ .
$q_i$	not e	not e	L	$q_i$	
$q_i$	$\square$	$\square$	L	$q_i$	
$q_{i+1}$	e	e	N	$q_{i+2}$	Invocación de la m-función $PE_1(S, \beta)$ .
$q_{i+2}$	Any	Any	R	$q_{i+3}$	Expansión para la m-función $PE_1(S, \beta)$ .
$q_{i+2}$	$\square$	$\beta$	N	$S$	
$q_{i+3}$	Any	Any	R	$q_{i+2}$	
$q_{i+3}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+2}$	

## 5.12.5 Nombre final para $PE(S, \beta)$

Con base en la expansión anterior, se observa que la m-función  $PE(S, \beta)$  necesita de cinco (4) estados  $\{q_i, q_{i+1}, q_{i+2}, \dots, q_{i+3}\}$  para realizar su función. Característica que se denotará por:

$$PE(q_i, S, \beta, 4).$$

## 5.13 m-función $C(S, B, \alpha)$

### 5.13.1 Explicación original

" $C(S, B, \alpha)$ . The machine writes at the end the first symbol marked  $\alpha$  and  $\rightarrow S$ ." ([Turing, 1936-37], pág. 237)



Estado actual	Símbolo leer	Símbolo escribir	Mov.	Estado siguiente	Explicación
$q_i$	e	e	L	$q_{i+1}$	Expansión para la m-función $C(S, B, \alpha)$ .
$q_i$	not e	not e	L	$q_i$	
$q_i$	$\square$	$\square$	L	$q_i$	
$q_{i+1}$	$\alpha$	$\alpha$	L	$q_{i+3}$	Se invoca la m-función $C_1(S)$ .
$q_{i+1}$	not $\alpha$	not $\alpha$	R	$q_{i+1}$	
$q_{i+1}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+2}$	
$q_{i+2}$	$\alpha$	$\alpha$	L	$q_{i+3}$	Se invoca la m-función $C_1(S)$ .
$q_{i+2}$	not $\alpha$	not $\alpha$	R	$q_{i+1}$	
$q_{i+2}$	$\square$	$\square$	R	<b>B</b>	
					Expansión para la m-función $C_1(S)$ e invocación de la m-función $PE(S, \beta)$ .
$q_{i+3}$	A	A	N	$q_{i+4}$	caso $\beta = A$
$q_{i+3}$	C	C	N	$q_{i+8}$	caso $\beta = C$
$q_{i+3}$	D	D	N	$q_{i+12}$	caso $\beta = D$
$q_{i+3}$	0	0	N	$q_{i+16}$	caso $\beta = 0$
$q_{i+3}$	1	1	N	$q_{i+20}$	caso $\beta = 1$
$q_{i+4}$	e	e	L	$q_{i+5}$	Expansión para la m-función $PE(S, A)$ .
$q_{i+4}$	not e	not e	L	$q_{i+4}$	
$q_{i+4}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+4}$	
$q_{i+5}$	e	e	N	$q_{i+6}$	
$q_{i+6}$	Any	Any	R	$q_{i+7}$	
$q_{i+6}$		A	N	<b>S</b>	
$q_{i+7}$	Any	Any	R	$q_{i+6}$	
$q_{i+7}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+6}$	
$q_{i+8}$	e	e	L	$q_{i+9}$	Expansión para la m-función $PE(S, C)$ .
$q_{i+8}$	not e	not e	L	$q_{i+8}$	
$q_{i+8}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+8}$	
$q_{i+9}$	e	e	N	$q_{i+10}$	
$q_{i+10}$	Any	Any	R	$q_{i+11}$	
$q_{i+10}$		C	N	<b>S</b>	
$q_{i+11}$	Any	Any	R	$q_{i+10}$	
$q_{i+11}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+10}$	
$q_{i+12}$	e	e	L	$q_{i+13}$	Expansión para la m-función $PE(S, D)$ .
$q_{i+12}$	not e	not e	L	$q_{i+12}$	
$q_{i+12}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+12}$	

Estado actual	Símbolo leer	Símbolo escribir	Mov.	Estado siguiente	Explicación
$q_{i+13}$	e	e	N	$q_{i+14}$	
$q_{i+14}$	Any	Any	R	$q_{i+15}$	
$q_{i+14}$	□	D	N	<b>S</b>	
$q_{i+15}$	Any	Any	R	$q_{i+14}$	
$q_{i+15}$	□		R	$q_{i+14}$	
$q_{i+16}$	e	e	L	$q_{i+17}$	Expansión para la m-función PE(S, 0).
$q_{i+16}$	not e	not e	L	$q_{i+16}$	
$q_{i+16}$	□	□	L	$q_{i+16}$	
$q_{i+17}$	e	e	N	$q_{i+18}$	
$q_{i+18}$	Any	Any	R	$q_{i+19}$	
$q_{i+18}$	□	0	N	<b>S</b>	
$q_{i+19}$	Any	Any	R	$q_{i+18}$	
$q_{i+19}$	□	□	R	$q_{i+18}$	
$q_{i+20}$	e	e	L	$q_{i+21}$	Expansión para la m-función PE(S, 1).
$q_{i+20}$	not e	not e	L	$q_{i+20}$	
$q_{i+20}$	□	□	L	$q_{i+20}$	
$q_{i+21}$	e	e	N	$q_{i+22}$	
$q_{i+22}$	Any	Any	R	$q_{i+23}$	
$q_{i+22}$	□	1	N	<b>S</b>	
$q_{i+23}$	Any	Any	R	$q_{i+22}$	
$q_{i+23}$	□	□	R	$q_{i+22}$	

### 5.13.5 Nombre final para $C(S, B, \alpha)$

Con base en la expansión anterior, se observa que la m-función  $C(S, B, \alpha)$  necesita de 24 estados  $\{q_i, q_{i+1}, q_{i+2}, \dots, q_{i+23}\}$  para realizar su función. Característica que se denotará por:  $C(q_i, S, B, \alpha, 24)$ .

## 5.14 m-función CE(B, $\alpha$ )

### 5.14.1 Explicación original

"CE(B,  $\alpha$ ). The machine copies down in order at end all symbols marked  $\alpha$  and erases the letters  $\alpha$ ;  $\rightarrow B$ ." ([Turing, 1936-37], pág. 238)

### 5.14.2 Descripción original

m-config	symbol	behavior	final m-config
$CE(S, B, \alpha)$			$C(E(S, B, \alpha), B, \alpha)$
$CE(B, \alpha)$			$CE(CE(B, \alpha), B, \alpha)$

### 5.14.3 Observaciones

De nuevo es importante observar que las m-funciones  $CE(B, \alpha)$  y  $CE(S, B, \alpha)$  son diferentes.

La m-función  $CE(B, \alpha)$  es recursiva tal como lo indica la instrucción:

m-config	symbol	behavior	final m-config
$CE(B, \alpha)$			$CE(CE(B, \alpha), B, \alpha)$

El criterio de parada para la recursividad es el que no existan más símbolos marcados con el parámetro ' $\alpha$ '.

### 5.14.4 Expansión de $CE(B, \alpha)$

Estado actual	Símbolo leer	Símbolo escribir	Mov.	Estado siguiente	Explicación
					Expansión para la m-función $CE(B, \alpha)$ .
					Expansión para la m-función $CE(S, B, \alpha)$ .
$q_i$	e	e	L	$q_{i+1}$	Expansión para la m-función $C(E(S, B, \alpha), B, \alpha)$ .
$q_i$	not e	not e	L	$q_i$	
$q_i$	$\square$	$\square$	L	$q_i$	
$q_{i+1}$	$\alpha$	$\alpha$	L	$q_{i+3}$	
$q_{i+1}$	not $\alpha$	not $\alpha$	R	$q_{i+1}$	
$q_{i+1}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+2}$	
$q_{i+2}$	$\alpha$	$\alpha$	L	$q_{i+3}$	
$q_{i+2}$	not $\alpha$	not $\alpha$	R	$q_{i+1}$	
$q_{i+2}$	$\square$	$\square$	R	<b>B</b>	
$q_{i+3}$	A	A	N	$q_{i+4}$	

Estado actual	Símbolo leer	Símbolo escribir	Mov.	Estado siguiente	Explicación
$q_{i+3}$	C	C	N	$q_{i+8}$	
$q_{i+3}$	D	D	N	$q_{i+12}$	
$q_{i+3}$	0	0	N	$q_{i+16}$	
$q_{i+3}$	1	1	N	$q_{i+20}$	
$q_{i+4}$	e	e	L	$q_{i+5}$	
$q_{i+4}$	not e	not e	L	$q_{i+4}$	
$q_{i+4}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+4}$	
$q_{i+5}$	e	e	N	$q_{i+6}$	
$q_{i+6}$	Any	Any	R	$q_{i+7}$	
$q_{i+6}$	$\square$	A	N	$q_{i+24}$	Se invoca la m-función $E(S, B, \alpha)$
$q_{i+7}$	Any	Any	R	$q_{i+6}$	
$q_{i+7}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+6}$	
$q_{i+8}$	e	e	L	$q_{i+9}$	
$q_{i+8}$	not e	not e	L	$q_{i+8}$	
$q_{i+8}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+8}$	
$q_{i+9}$	e	e	N	$q_{i+10}$	
$q_{i+10}$	Any	Any	R	$q_{i+11}$	
$q_{i+10}$	$\square$	C	N	$q_{i+24}$	Se invoca la m-función $E(S, B, \alpha)$
$q_{i+11}$	Any	Any	R	$q_{i+10}$	
$q_{i+11}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+10}$	
$q_{i+12}$	e	e	L	$q_{i+13}$	
$q_{i+12}$	not e	not e	L	$q_{i+12}$	
$q_{i+12}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+12}$	
$q_{i+13}$	e	e	N	$q_{i+14}$	
$q_{i+14}$	Any	Any	R	$q_{i+15}$	
$q_{i+14}$	$\square$	D	N	$q_{i+24}$	Se invoca la m-función $E(S, B, \alpha)$
$q_{i+15}$	Any	Any	R	$q_{i+14}$	
$q_{i+15}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+14}$	
$q_{i+16}$	e	e	L	$q_{i+17}$	
$q_{i+16}$	not e	not e	L	$q_{i+16}$	
$q_{i+16}$	$\square$	$\square$	L	$q_{i+16}$	
$q_{i+17}$	e	e	N	$q_{i+18}$	
$q_{i+18}$	Any	Any	R	$q_{i+19}$	
$q_{i+18}$	$\square$	0	N	$q_{i+24}$	Se invoca la m-función $E(S, B, \alpha)$
$q_{i+19}$	Any	Any	R	$q_{i+18}$	
$q_{i+19}$	$\square$	$\square$	R	$q_{i+18}$	
$q_{i+20}$	e	e	L	$q_{i+21}$	



Explicación:

La máquina copia al final inicialmente los símbolos marcados con  $\alpha$  y luego los marcados con  $\beta$ ; ésta borra los símbolos  $\alpha, \beta$ .

\* La m-función  $CE_3(\mathbf{B}, \alpha, \beta, \gamma)$  definida por:

m-config	symbol	behavior	final m-config
$CE_3(\mathbf{B}, \alpha, \beta, \gamma)$			$CE(CE_2(\mathbf{B}, \beta, \gamma), \alpha)$

Explicación:

*"The machine copies down at the end first symbols marked  $\alpha$ , then those marked  $\beta$ , and finally those marked  $\gamma$ ; it erases the symbols  $\alpha, \beta, \gamma$ ." ([Turing, 1936-37], pág. 239)*

\* La m-función  $CE_4(\mathbf{B}, \alpha, \beta, \gamma, \eta)$  definida por:

m-config	symbol	behavior	final m-config
$CE_4(\mathbf{B}, \alpha, \beta, \gamma, \eta)$			$CE(CE_3(\mathbf{B}, \beta, \gamma, \eta), \alpha)$

Explicación:

La máquina copia al final inicialmente los símbolos marcados con  $\alpha$ , luego los marcados con  $\beta$ , luego los marcados con  $\gamma$  y finalmente los marcados con  $\eta$ ; ésta borra los símbolos  $\alpha, \beta, \gamma, \eta$ .

\* La m-función  $CE_5(\mathbf{B}, \alpha, \beta, \gamma, \eta, \varphi)$  definida por:

m-config	symbol	behavior	final m-config
$CE_5(\mathbf{B}, \alpha, \beta, \gamma, \eta, \varphi)$			$CE(CE_4(\mathbf{B}, \beta, \gamma, \eta, \varphi), \alpha)$

Explicación:

La máquina copia al final inicialmente los símbolos marcados con  $\alpha$ , luego los marcados con  $\beta$ , luego los marcados con  $\gamma$ , luego los marcados con  $\eta$  y finalmente los marcados con  $\varphi$ ; ésta borra los símbolos  $\alpha, \beta, \gamma, \eta, \varphi$ .

Turing define únicamente las m-funciones  $CE_2(\mathbf{B}, \alpha, \beta)$  y  $CE_3(\mathbf{B}, \alpha, \beta, \gamma)$  pero utiliza la m-función  $CE_5(\mathbf{B}, \alpha, \beta, \gamma, \eta, \varphi)$  en la descripción de la máquina universal U.

Se decidió no expandir las m-funciones  $CE_2(\mathbf{B}, \alpha, \beta)$ ,  $CE_3(\mathbf{B}, \alpha, \beta, \gamma)$ ,  $CE_4(\mathbf{B}, \alpha, \beta, \gamma, \eta)$  y  $CE_5(\mathbf{B}, \alpha, \beta, \gamma, \eta, \varphi)$  porque su expansión es de un tamaño considerable - la expansión de  $CE_5(\mathbf{B}, \alpha, \beta, \gamma, \eta, \varphi)$  requiere aproximadamente de 135 estados - además la m-función que nos interesa  $CE_5(\mathbf{B}, \alpha, \beta, \gamma, \eta, \varphi)$  puede ser "simulada" utilizando cinco veces la m-función  $CE(\mathbf{B}, \alpha)$ , una por cada parámetro de  $CE_5(\mathbf{B}, \alpha, \beta, \gamma, \eta, \varphi)$ , es decir se "define" la m-función  $CE_5(\mathbf{B}, \alpha, \beta, \gamma, \eta, \varphi)$  por:

m-config	symbol	behavior	final m-config
$CE_5(\mathbf{B}, \alpha, \beta, \gamma, \eta, \varphi)$			$CE(\mathbf{B}, \alpha) \&$ $CE(\mathbf{B}, \beta) \&$ $CE(\mathbf{B}, \gamma) \&$ $CE(\mathbf{B}, \eta) \&$ $CE(\mathbf{B}, \varphi)$

Técnicamente esta definición de  $CE_5(\mathbf{B}, \alpha, \beta, \gamma, \eta, \varphi)$  es incorrecta porque una vez que se invoca la m-función  $CE(\mathbf{B}, \alpha)$  ésta escribe los símbolos marcados con  $\alpha$ , elimina el símbolo  $\alpha$  y pasa a la m-configuración  $\mathbf{B}$  y en realidad debería continuar con la m-función  $CE(\mathbf{B}, \beta)$  y así sucesivamente. El símbolo '&' entre las m-funciones indica que estas deben ser ejecutadas una tras otra. Aunque éste es un abuso de la notación, no es difícil de realizar al momento de implementar las máquinas.

En general la m-función  $CE_n(\mathbf{B}, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}, \alpha_n)$  se puede "definir" por (con la salvedad mencionada anteriormente):

m-config	symbol	behavior	final m-config
$CE_n(\mathbf{B}, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}, \alpha_n)$			$CE(\mathbf{B}, \alpha_1) \&$ $CE(\mathbf{B}, \alpha_2) \&$ . . . $CE(\mathbf{B}, \alpha_{n-1}) \&$ $CE(\mathbf{B}, \alpha_n)$

## 5.15 m-función $PE_2(S, \alpha, \beta)$

### 5.15.1 Explicación original

*"PE<sub>2</sub>(S, α, β). The machine prints α β at the end." ([Turing, 1936-37], pág. 239)*

### 5.15.2 Descripción original

m-config	symbol	behavior	final m-config
$PE_2(S, \alpha, \beta)$			$PE(PE(S, \beta), \alpha)$

### 5.15.3 Observaciones

Con base en la ocurrido para la m-función  $CE(\mathbf{B}, \alpha)$  y la familia de m-funciones  $CE_n(\mathbf{B}, \alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_{n-1}, \alpha_n)$  (sección 5.14.6 Observaciones adicionales), la m-función  $PE_2(S, \alpha, \beta)$  se podría definir por:



## 5.16 m-función E(S)

### 5.16.1 Explicación original

"From E(S) the marks are erased from all marked symbols.  $\rightarrow S$ ." ([Turing, 1936-37], pág. 239)

### 5.16.2 Descripción original

m-config	symbol	behavior	final m-config
E(S)	e	R	$E_1(S)$
	not e	L	E(S)
$E_1(S)$	Any	R, E, R	$E_1(S)$
	None		S

### 5.16.3 Observaciones

La m-función E(S) es diferente de la m-función E(S, B,  $\alpha$ ) (definida en la sección 0 m-función E(S, B,  $\alpha$ )) y de la m-función E(B,  $\alpha$ ) (definida en la sección 0 m-función E(B,  $\alpha$ )).

### 5.16.4 Expansión de E(S)

Estado actual	Símbolo leer	Símbolo escribir	Mov.	Estado siguiente	Explicación
$q_i$	e	e	R	$q_{i+1}$	Expansión para la m-función E(S).
$q_i$	not e	not e	L	$q_i$	
$q_i$	□	□	L	$q_i$	
$q_{i+1}$	Any <sup>(6)</sup>	Any	R	$q_{i+2}$	Expansión para la m-función $E_1(S)$ .
$q_{i+1}$	□	□	N	S	
$q_{i+2}$	Any <sup>(7)</sup>	□	R	$q_{i+1}$	
$q_{i+2}$	□	□	R	$q_{i+1}$	

### 5.16.5 Nombre final para E(S)

Con base en la expansión anterior, se observa que la m-función E(S) necesita de tres (3) estados  $\{q_i, q_{i+1}, q_{i+2}\}$  para realizar su función. Característica que se denotará por:  $E(q_i, S, 3)$ .

(6) En este caso el símbolo 'Any' representa el conjunto los símbolos que pueden ser marcados, definido por:  $\{A, C, D, L, R, N, 0, 1, ;\}$ .

(7) En este caso el símbolo 'Any' representa el conjunto los símbolos que son utilizados para ser marcas, definido por:  $\{u, v, w, x, y, z\}$ .

## 6. CONCLUSIONES

Se observa que el concepto de m-función aunque técnicamente no es necesario, representa un papel muy importante en la construcción de las máquinas de Turing -en particular de la máquina universal de Turing-; su importancia radica en la simplificación y expresividad que induce su uso.

El conocer en detalle las m-funciones asociadas a la máquina universal de Turing magnifica: La comprensión de los pormenores de su comportamiento; la posibilidad de escribirla en "notación tradicional" y la posibilidad de modificar su comportamiento.

## BIBLIOGRAFÍA

[Turing, 1936-37] TURING, Alan. *On computable numbers, with an application to the Entscheidungsproblem*. Proc. London Math. Soc. ser. 2, vol. 42. 1936-1937. págs. 230 - 265. A correction, ibid, vol 43. 1937. págs. 544-546.