

Teoría de conjuntos: Definiciones e identidades

Última actualización: 29 de octubre 2015

Texto: Kenneth H. Rosen (2004). Matemática Discreta y sus Aplicaciones. 5.^a ed. Traducido por José Manuel Pérez Morales y otros. McGraw-Hill.

1. Definiciones

$$\begin{aligned}A = B &\text{ sii } \forall x(x \in A \leftrightarrow x \in B), \\A \neq B &\text{ sii } \exists x(x \in A \wedge x \notin B) \vee \exists x(x \in B \wedge x \notin A), \\A \subseteq B &\text{ sii } \forall x(x \in A \rightarrow x \in B), \\ \neg(A \subseteq B) &\text{ sii } \exists x(x \in A \wedge x \notin B), \\A \subset B &\text{ sii } A \subseteq B \wedge A \neq B.\end{aligned}$$

2. Equivalencias lógicas

Equivalencia	Nombre
$p \wedge \mathbf{V} \equiv p$	Leyes de identidad
$p \vee \mathbf{F} \equiv p$	
$p \vee \mathbf{V} \equiv \mathbf{V}$	Leyes de dominación
$p \wedge \mathbf{F} \equiv \mathbf{F}$	
$p \vee p \equiv p$	Leyes idempotentes
$p \wedge p \equiv p$	
$\neg(\neg p) \equiv p$	Ley de la doble negación
$p \vee q \equiv q \vee p$	Leyes conmutativas
$p \wedge q \equiv q \wedge p$	
$(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$	Leyes asociativas
$(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$	
$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$	Leyes distributivas
$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$	
$\neg(p \wedge q) \equiv \neg p \vee \neg q$	Leyes de De Morgan
$\neg(p \vee q) \equiv \neg p \wedge \neg q$	
$p \vee (p \wedge q) \equiv p$	Leyes de absorción
$p \wedge (p \vee q) \equiv p$	
$p \vee \neg p \equiv \mathbf{V}$	Leyes de negación
$p \wedge \neg p \equiv \mathbf{F}$	
$\neg \mathbf{V} \equiv \mathbf{F}$	Ley de negación de tautología
$\neg \mathbf{F} \equiv \mathbf{V}$	Ley de negación de contradicción

3. Identidades entre conjuntos

Identidad	Nombre
$A \cap U = A$ $A \cup \emptyset = A$	Leyes de identidad
$A \cup U = U$ $A \cap \emptyset = \emptyset$	Leyes de dominación
$A \cup A = A$ $A \cap A = A$	Leyes idempotentes
$\overline{(\overline{A})} = A$	Ley de complementación
$A \cup B = B \cup A$ $A \cap B = B \cap A$	Leyes conmutativas
$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$ $(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$	Leyes asociativas
$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$ $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$	Leyes distributivas
$\overline{A \cap B} = \overline{A} \cup \overline{B}$ $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$	Leyes de De Morgan
$A \cup (A \cap B) = A$ $A \cap (A \cup B) = A$	Leyes de absorción
$A \cup \overline{A} = U$ $A \cap \overline{A} = \emptyset$	Leyes de complemento
$\overline{\overline{U}} = \emptyset$	Ley de complemento del conjunto universal
$\overline{\overline{\emptyset}} = U$	Ley de complemento del conjunto vacío