

CM0246 Estructuras Discretas

§ 8.2 Reflexividad, simetría y transitividad

Andrés Sicard Ramírez

Universidad EAFIT

Semestre 2023-2

(Última actualización: 1 de julio de 2024)

Preliminares

Convención

Los números asignados a los teoremas, ejemplos, ejercicios, figuras y páginas en estas diapositivas corresponden a los números asignados en el texto guía [Epp 2011].

Esquema de la presentación

Relaciones reflexivas

Relaciones simétricas

Relaciones transitivas

Cerraduras transitivas

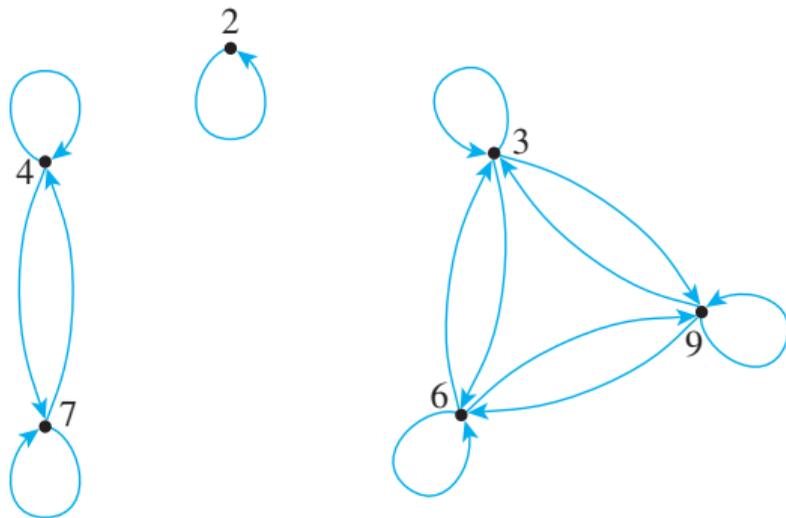
Referencias

Ejemplo

Ejemplo

Sea $A = \{2, 3, 4, 6, 7, 9\}$ y sea R una relación sobre A definida por

$$x R y \Leftrightarrow 3 \mid (x - y).$$



Grafo dirigido para la relación (figura pág 450).

Tema

Relaciones reflexivas

Relaciones simétricas

Relaciones transitivas

Cerraduras transitivas

Referencias

Relaciones reflexivas

Definición

Sea R una relación sobre un conjunto A .

Relaciones reflexivas

Definición

Sea R una relación sobre un conjunto A .

R es **reflexiva** \Leftrightarrow para toda $x \in A$, $(x, x) \in R$,
 R **no es reflexiva** \Leftrightarrow existe $x \in A$ tal que $(x, x) \notin R$.

Relaciones reflexivas

Definición

Sea R una relación sobre un conjunto A .

R es **reflexiva** \Leftrightarrow para toda $x \in A$, $(x, x) \in R$,
 R **no es reflexiva** \Leftrightarrow existe $x \in A$ tal que $(x, x) \notin R$.

Ejemplo

En el tablero.

Relaciones reflexivas

Definición

Sea R una relación sobre un conjunto A .

$$\begin{aligned} R \text{ es reflexiva} &\Leftrightarrow \text{para toda } x \in A, (x, x) \in R, \\ R \text{ no es reflexiva} &\Leftrightarrow \text{existe } x \in A \text{ tal que } (x, x) \notin R. \end{aligned}$$

Ejemplo

En el tablero.

Características en la representación por grafos dirigidos

Véase el grafo dirigido del primer ejemplo.

Tema

Relaciones reflexivas

Relaciones simétricas

Relaciones transitivas

Cerraduras transitivas

Referencias

Relaciones simétricas

Definición

Sea R una relación sobre un conjunto A .

Relaciones simétricas

Definición

Sea R una relación sobre un conjunto A .

R es **simétrica** \Leftrightarrow para toda $x, y \in A$, si $(x, y) \in R$ entonces $(y, x) \in R$,

R **no** es **simétrica** \Leftrightarrow existen $x, y \in A$ tales que $(x, y) \in R$ pero $(y, x) \notin R$.

Relaciones simétricas

Definición

Sea R una relación sobre un conjunto A .

R es **simétrica** \Leftrightarrow para toda $x, y \in A$, si $(x, y) \in R$ entonces $(y, x) \in R$,

R **no** es **simétrica** \Leftrightarrow existen $x, y \in A$ tales que $(x, y) \in R$ pero $(y, x) \notin R$.

Ejemplo

En el tablero.

Relaciones simétricas

Definición

Sea R una relación sobre un conjunto A .

R es **simétrica** \Leftrightarrow para toda $x, y \in A$, si $(x, y) \in R$ entonces $(y, x) \in R$,

R **no** es **simétrica** \Leftrightarrow existen $x, y \in A$ tales que $(x, y) \in R$ pero $(y, x) \notin R$.

Ejemplo

En el tablero.

Características en la representación por grafos dirigidos

Véase el grafo dirigido del primer ejemplo.

Tema

Relaciones reflexivas

Relaciones simétricas

Relaciones transitivas

Cerraduras transitivas

Referencias

Relaciones transitivas

Definición

Sea R una relación sobre un conjunto A .

Relaciones transitivas

Definición

Sea R una relación sobre un conjunto A .

R es **transitiva** \Leftrightarrow para toda $x, y, z \in A$, si $(x, y) \in R$ y $(y, z) \in R$, entonces $(x, z) \in R$,

R **no** es **transitiva** \Leftrightarrow existen $x, y, z \in A$ tales que $(x, y) \in R$ y $(y, z) \in R$, pero $(x, z) \notin R$.

Relaciones transitivas

Definición

Sea R una relación sobre un conjunto A .

R es **transitiva** \Leftrightarrow para toda $x, y, z \in A$, si $(x, y) \in R$ y $(y, z) \in R$, entonces $(x, z) \in R$,

R **no** es **transitiva** \Leftrightarrow existen $x, y, z \in A$ tales que $(x, y) \in R$ y $(y, z) \in R$, pero $(x, z) \notin R$.

Ejemplo

En el tablero.

Relaciones transitivas

Definición

Sea R una relación sobre un conjunto A .

R es **transitiva** \Leftrightarrow para toda $x, y, z \in A$, si $(x, y) \in R$ y $(y, z) \in R$, entonces $(x, z) \in R$,

R **no** es **transitiva** \Leftrightarrow existen $x, y, z \in A$ tales que $(x, y) \in R$ y $(y, z) \in R$, pero $(x, z) \notin R$.

Ejemplo

En el tablero.

Características en la representación por grafos dirigidos

Véase el grafo dirigido del primer ejemplo.

Relaciones transitivas

Ejemplo 8.2.4 (la relación de congruencia módulo 3)

Sea T la relación sobre \mathbf{Z} definida por: para todo $a, b \in \mathbf{Z}$,

$$a T b \iff 3 \mid (a - b).$$

La relación T es reflexiva, simétrica y transitiva.

Tema

Relaciones reflexivas

Relaciones simétricas

Relaciones transitivas

Cerraduras transitivas

Referencias

Cerraduras transitivas

Definición

Sea R una relación sobre un conjunto A . La **cerradura transitiva** de R es la relación R^t sobre A que satisface las siguientes propiedades:

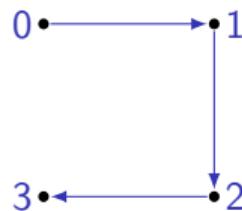
- (i) R^t es transitiva.
- (ii) $R \subseteq R^t$.
- (iii) Si S es otra relación transitiva que contiene a R , entonces $R^t \subseteq S$.

Cerraduras transitivas

Ejemplo 8.2.5

Sea $A = \{0, 1, 2, 3\}$ y sea R la relación sobre A

$$R = \{(0, 1), (1, 2), (2, 3)\}.$$

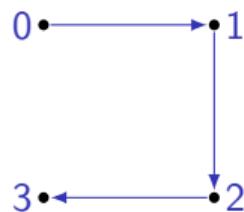


Cerraduras transitivas

Ejemplo 8.2.5

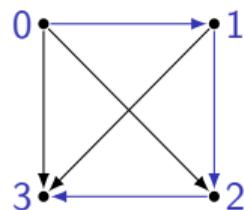
Sea $A = \{0, 1, 2, 3\}$ y sea R la relación sobre A

$$R = \{(0, 1), (1, 2), (2, 3)\}.$$



La cerradura transitiva de la relación R es la relación

$$R^t = \{(0, 1), (0, 2), (0, 3), (1, 2), (1, 3), (2, 3)\}.$$



Tema

Relaciones reflexivas

Relaciones simétricas

Relaciones transitivas

Cerraduras transitivas

Referencias

Referencias



Epp, Susanna S. [1990] (2011). Matemáticas Discretas con Aplicaciones. 4.^a ed. Traducido por Ana Elizabeth García Hernández. Cengage Learning (vid. [pág. 2](#)).