

CM0246 Estructuras Discretas

§ 7.2 Inyectiva y sobreyectiva, funciones inversas

Andrés Sicard Ramírez

Universidad EAFIT

Semestre 2023-2

(Última actualización: 1 de julio de 2024)

Preliminares

Convención

Los números asignados a los teoremas, ejemplos, ejercicios, figuras y páginas en estas diapositivas corresponden a los números asignados en el texto guía [Epp 2011].

Esquema de la presentación

Funciones inyectivas

Funciones sobreyectivas

Correspondencias inyectivas

Funciones inversas

Referencias

Tema

Funciones inyectivas

Funciones sobreyectivas

Correspondencias inyectivas

Funciones inversas

Referencias

Funciones inyectivas

Definición

Sean X y Y dos conjuntos y sea $F : X \rightarrow Y$. La función F es **inyectiva** (o **uno a uno**):

$$\begin{aligned} F \text{ es inyectiva} &\Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in X, \text{ si } F(x_1) = F(x_2) \text{ entonces } x_1 = x_2 \\ &\Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in X, \text{ si } x_1 \neq x_2 \text{ entonces } F(x_1) \neq F(x_2), \end{aligned}$$

Funciones inyectivas

Definición

Sean X y Y dos conjuntos y sea $F : X \rightarrow Y$. La función F es **inyectiva** (o **uno a uno**):

$$\begin{aligned} F \text{ es inyectiva} &\Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in X, \text{ si } F(x_1) = F(x_2) \text{ entonces } x_1 = x_2 \\ &\Leftrightarrow \forall x_1, x_2 \in X, \text{ si } x_1 \neq x_2 \text{ entonces } F(x_1) \neq F(x_2), \end{aligned}$$

entonces

$$F \text{ no es inyectiva} \Leftrightarrow \exists x_1, x_2 \in X, \text{ tal que } F(x_1) = F(x_2) \text{ y } x_1 \neq x_2.$$

(continua en la próxima diapositiva)

Funciones inyectivas

Definición (continuación)

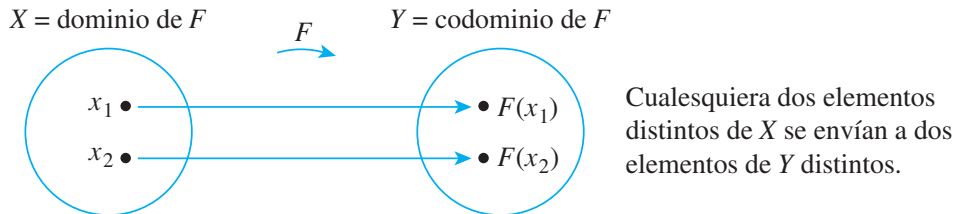


Figura 7.2.1a. Una función inyectiva separa puntos.

(continua en la próxima diapositiva)

Funciones inyectivas

Definición (continuación)

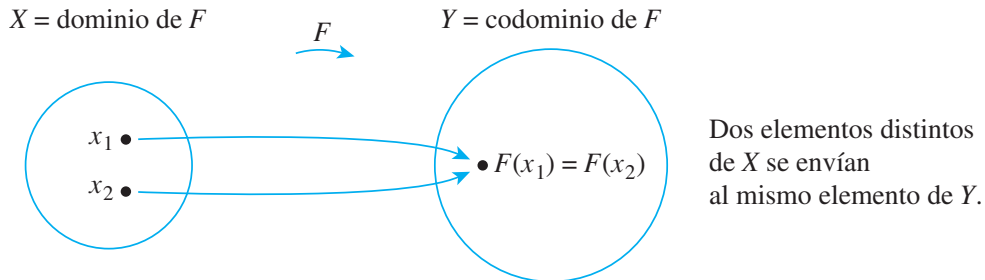


Figura 7.2.1b. Una función que no es inyectiva colapsa puntos.

Funciones inyectivas

Ejemplo

En el tablero.

Tema

Funciones inyectivas

Funciones sobreyectivas

Correspondencias inyectivas

Funciones inversas

Referencias

Funciones sobreyectivas

Definición

Sean X y Y dos conjuntos y sea $F : X \rightarrow Y$. La función F es **sobreyectiva**:

$$F \text{ es sobreyectiva} \Leftrightarrow \forall y \in Y, \exists x \in X \text{ tal que } F(x) = y,$$

Funciones sobreyectivas

Definición

Sean X y Y dos conjuntos y sea $F : X \rightarrow Y$. La función F es **sobreyectiva**:

$$F \text{ es sobreyectiva} \Leftrightarrow \forall y \in Y, \exists x \in X \text{ tal que } F(x) = y,$$

entonces

$$F \text{ no es sobreyectiva} \Leftrightarrow \exists y \in Y \text{ tal que } \forall x \in X, F(x) \neq y.$$

(continua en la próxima diapositiva)

Funciones sobreyectivas

Definición (continuación)

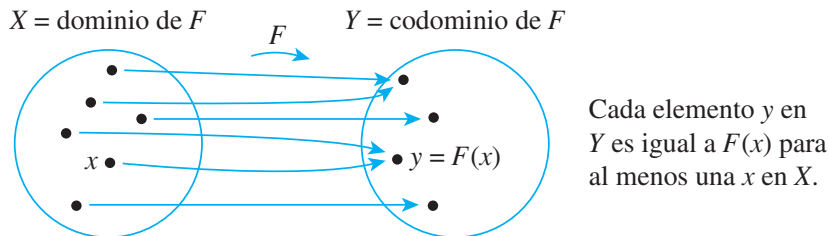


Figura 7.2.3a. Una función sobreyectiva.

(continúa en la próxima diapositiva)

Funciones sobreyectivas

Definición (continuación)

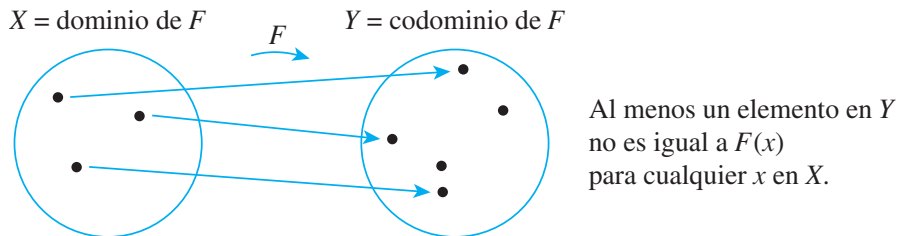


Figura 7.2.3b. Una función no sobreyectiva.

Funciones sobreyectivas

Ejemplo

En el tablero.

Tema

Funciones inyectivas

Funciones sobreyectivas

Correspondencias inyectivas

Funciones inversas

Referencias

Correspondencias inyectivas

Definición

Sean X y Y dos conjuntos y sea $F : X \rightarrow Y$. La función F es una **correspondencia inyectiva** (o **correspondencia uno a uno** o **biyectiva**) si F es inyectiva y sobreyectiva.

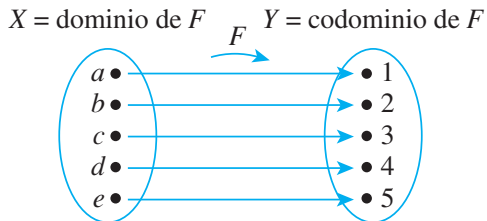


Figura 7.2.5.

Correspondencias inyectivas

Ejemplo 7.2.8

«Sea $\mathcal{P}(\{a, b\})$ el conjunto de todos los subconjuntos de $\{a, b\}$ y sea S el conjunto de todas las cadenas de longitud 2 formado de 0 y 1. Entonces $\mathcal{P}(\{a, b\}) = \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$ y $S = \{00, 01, 10, 11\}$. Se define una función h de $\mathcal{P}(\{a, b\})$ a S como sigue: Dado cualquier subconjunto A de $\{a, b\}$, a está ya sea en A o no está en A y b está ya sea en A o no está en A . Si a está en A , se escribe un 1 en la primera posición de la cadena $h(A)$. Si a no está en A , se escribe 0 en la primera posición de la cadena $h(A)$. Del mismo modo, si b está en A , se escribe un 1 en la segunda posición de la cadena $h(A)$. Si b no está en A , se escribe 0 en la segunda posición de la cadena $h(A)$ ».

La función h es una correspondencia uno a uno.

Tema

Funciones inyectivas

Funciones sobreyectivas

Correspondencias inyectivas

Funciones inversas

Referencias

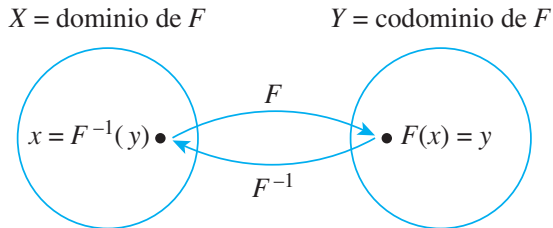
Funciones inversas

Definición

Sean X y Y dos conjuntos y sea $F : X \rightarrow Y$ una correspondencia inyectiva. La función **inversa de F** , denotada F^{-1} , es la función $F^{-1} : Y \rightarrow X$ definida por

$$F^{-1}(y) = x \quad \Leftrightarrow \quad F(x) = y.$$

Figura pág. 417.



Funciones inversas

Ejemplo

En el tablero.

Teorema 7.2.3

Sean X y Y dos conjuntos. Si $F : X \rightarrow Y$ es una correspondencia uno a uno, entonces $F^{-1} : Y \rightarrow X$ también es una correspondencia uno a uno.

Funciones inversas

Teorema 7.2.3

Sean X y Y dos conjuntos. Si $F : X \rightarrow Y$ es una correspondencia uno a uno, entonces $F^{-1} : Y \rightarrow X$ también es una correspondencia uno a uno.

Demostración

En el tablero.

Tema

Funciones inyectivas

Funciones sobreyectivas

Correspondencias inyectivas

Funciones inversas

Referencias

Referencias



Epp, Susanna S. [1990] (2011). Matemáticas Discretas con Aplicaciones. 4.^a ed. Traducido por Ana Elizabeth García Hernández. Cengage Learning (vid. [pág. 2](#)).