

# CM0246 Estructuras Discretas

## § 7.3 Composición de funciones

Andrés Sicard Ramírez

Universidad EAFIT

Semestre 2023-2

(Última actualización: 1 de julio de 2024)

# Preliminares

---

## Convención

Los números asignados a los teoremas, ejemplos, ejercicios, figuras y páginas en estas diapositivas corresponden a los números asignados en el texto guía [Epp 2011].

# Esquema de la presentación

---

Función compuesta

Composición con la función identidad

Composición de una función con su inversa

Composición de funciones inyectivas

Composición de funciones sobreyectivas

Referencias

# Tema

---

## Función compuesta

Composición con la función identidad

Composición de una función con su inversa

Composición de funciones inyectivas

Composición de funciones sobreyectivas

Referencias

# Función compuesta

## Introducción

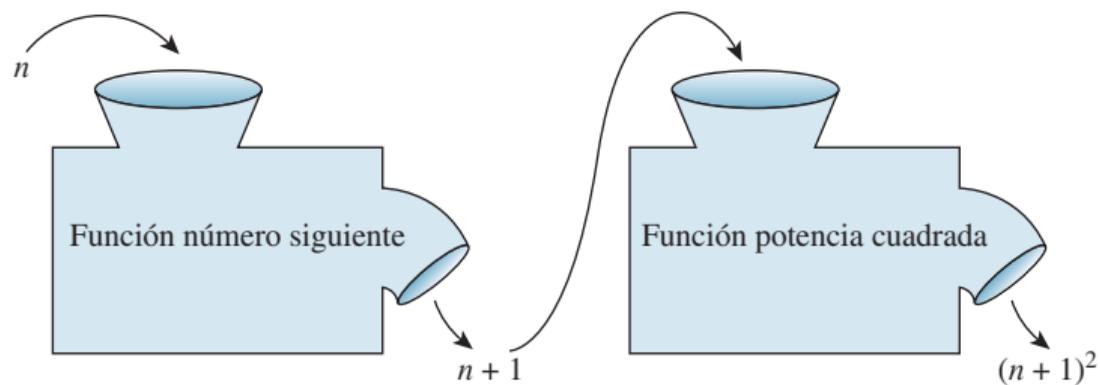


Figura pág. 417.

# Función compuesta

## Definición

Sean  $f : X \rightarrow Y'$  y  $g : Y \rightarrow Z$  dos funciones. Sea además el rango de  $f$  subconjunto del dominio de  $g$ . La **composición** de  $g$  después de  $f$ , denotada  $g \circ f$ , es la función definida por:

$$g \circ f : X \rightarrow Z$$
$$(g \circ f)(x) = g(f(x)).$$

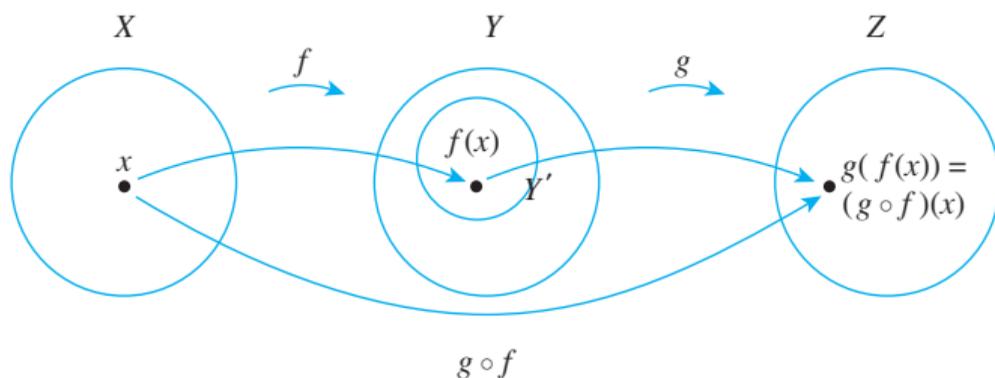


Figura pág. 417.

# Función compuesta

---

## Observación

En general, la composición de funciones no es conmutativa.

# Función compuesta

---

## Observación

En general, la composición de funciones no es conmutativa.

## Ejemplo

En el tablero.

# Tema

---

Función compuesta

**Composición con la función identidad**

Composición de una función con su inversa

Composición de funciones inyectivas

Composición de funciones sobreyectivas

Referencias

# Composición con la función identidad

---

## Ejemplo

En el tablero.

# Composición con la función identidad

---

## Teorema 7.3.1

Sea  $f : X \rightarrow Y$  una función y sean  $I_X : X \rightarrow X$  e  $I_Y : Y \rightarrow Y$  las funciones identidad para los conjuntos  $X$  y  $Y$ , respectivamente. Entonces

$$f \circ I_X : X \rightarrow Y$$

$$f \circ I_X = f,$$

$$I_Y \circ f : X \rightarrow Y$$

$$I_Y \circ f = f.$$

# Composición con la función identidad

---

## Teorema 7.3.1

Sea  $f : X \rightarrow Y$  una función y sean  $I_X : X \rightarrow X$  e  $I_Y : Y \rightarrow Y$  las funciones identidad para los conjuntos  $X$  y  $Y$ , respectivamente. Entonces

$$f \circ I_X : X \rightarrow Y$$

$$f \circ I_X = f,$$

$$I_Y \circ f : X \rightarrow Y$$

$$I_Y \circ f = f.$$

## Demostración

En el tablero.

# Tema

---

Función compuesta

Composición con la función identidad

**Composición de una función con su inversa**

Composición de funciones inyectivas

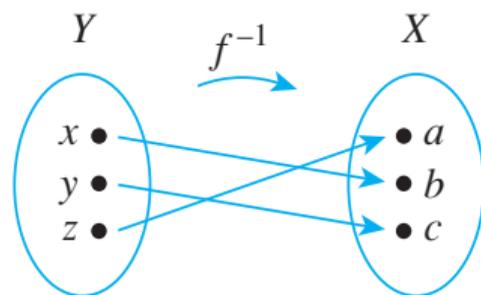
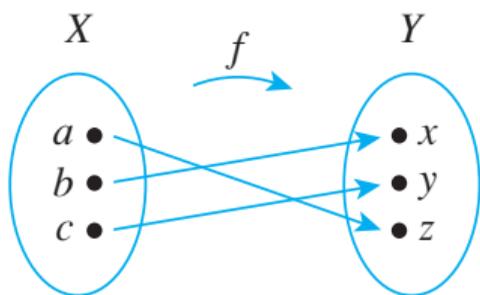
Composición de funciones sobreyectivas

Referencias

# Composición de una función con su inversa

## Ejemplo 7.3.4

Sea  $X = \{a, b, c\}$  y  $Y = \{x, y, z\}$ . Definamos una función  $f : X \rightarrow Y$  y su inversa  $f^{-1} : Y \rightarrow X$  por los siguientes diagramas de flechas.



Figuras pág. 420.

Vemos entonces que  $(f^{-1} \circ f)(x) = x$  y que  $(f \circ f^{-1})(y) = y$ .

# Composición de una función con su inversa

---

## Teorema 7.3.2

Si  $f : X \rightarrow Y$  es una correspondencia uno a uno con función inversa  $f^{-1} : Y \rightarrow X$  entonces

$$f^{-1} \circ f : X \rightarrow X$$

$$f^{-1} \circ f = I_X,$$

$$f \circ f^{-1} : Y \rightarrow Y$$

$$f \circ f^{-1} = I_Y.$$

# Composición de una función con su inversa

---

## Teorema 7.3.2

Si  $f : X \rightarrow Y$  es una correspondencia uno a uno con función inversa  $f^{-1} : Y \rightarrow X$  entonces

$$f^{-1} \circ f : X \rightarrow X$$

$$f^{-1} \circ f = I_X,$$

$$f \circ f^{-1} : Y \rightarrow Y$$

$$f \circ f^{-1} = I_Y.$$

## Demostración

En el tablero.

# Tema

---

Función compuesta

Composición con la función identidad

Composición de una función con su inversa

**Composición de funciones inyectivas**

Composición de funciones sobreyectivas

Referencias

# Composición de funciones inyectivas

## Ejemplo

Sea  $X = \{a, b, c\}$ ,  $Y = \{w, x, y, z\}$  y  $Z = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ . Definimos las funciones inyectivas  $f : X \rightarrow Y$  y  $g : Y \rightarrow Z$ . Vemos que la función compuesta  $g \circ f : X \rightarrow Z$  también es inyectiva.

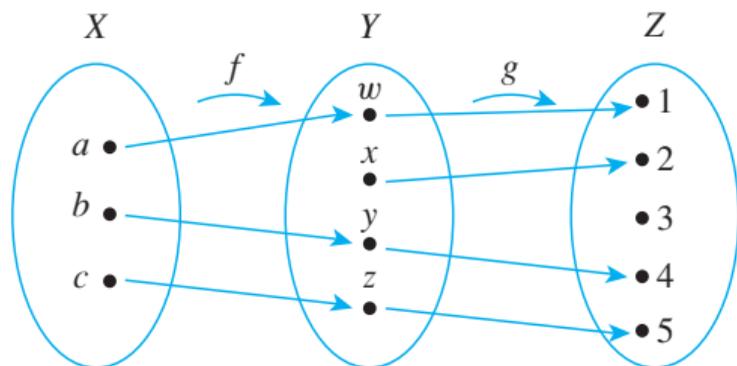


Figura 7.3.1.

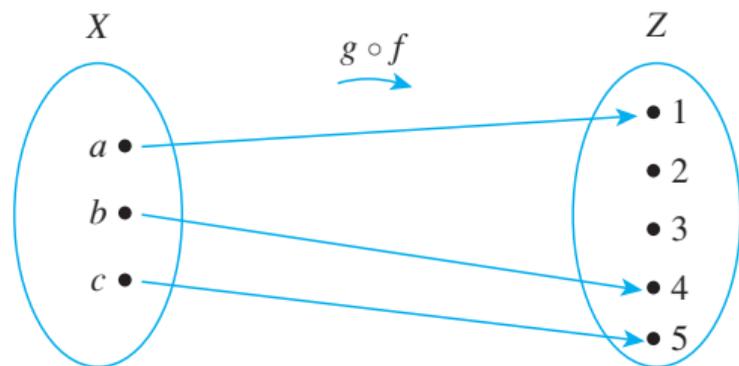


Figura 7.3.2.

# Composición de funciones inyectivas

---

## Teorema 7.3.3

Si  $f : X \rightarrow Y$  y  $g : Y \rightarrow Z$  son funciones inyectivas, entonces la función  $g \circ f : X \rightarrow Z$  también es inyectiva.

# Composición de funciones inyectivas

---

## Teorema 7.3.3

Si  $f : X \rightarrow Y$  y  $g : Y \rightarrow Z$  son funciones inyectivas, entonces la función  $g \circ f : X \rightarrow Z$  también es inyectiva.

## Demostración

En el tablero.

# Tema

---

Función compuesta

Composición con la función identidad

Composición de una función con su inversa

Composición de funciones inyectivas

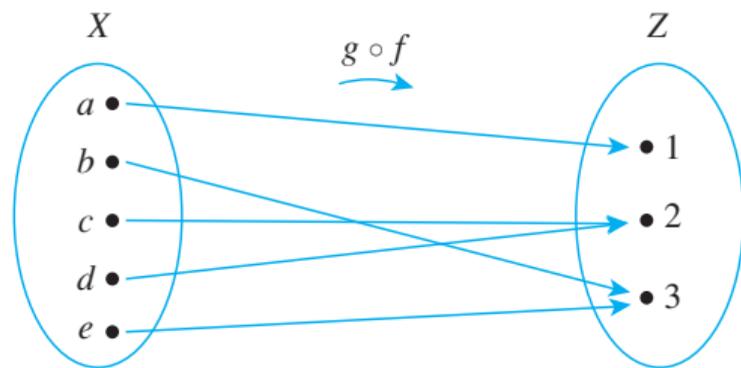
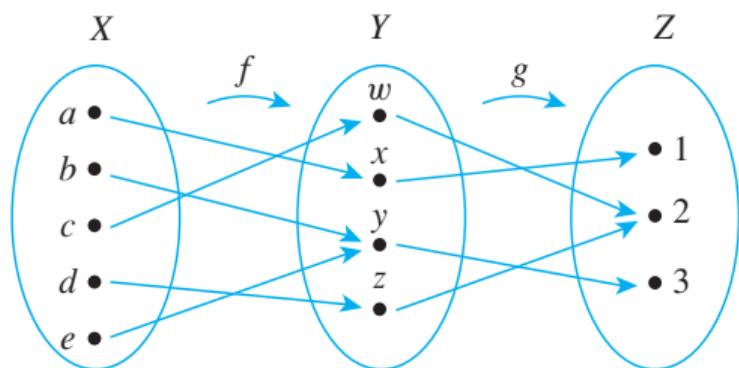
**Composición de funciones sobreyectivas**

Referencias

# Composición de funciones sobreyectivas

## Ejemplo

Sea  $X = \{a, b, c, d, e\}$ ,  $Y = \{w, x, y, z\}$  y  $Z = \{1, 2, 3\}$ . Definimos las funciones sobreyectivas  $f : X \rightarrow Y$  y  $g : Y \rightarrow Z$ . Vemos que la función compuesta  $g \circ f : X \rightarrow Z$  también es sobreyectiva.



Figuras pág. 423.

# Composición de funciones sobreyectivas

---

## Teorema 7.3.4

Si  $f : X \rightarrow Y$  y  $g : Y \rightarrow Z$  son funciones sobreyectivas, entonces la función  $g \circ f : X \rightarrow Z$  también es sobreyectiva.

# Composición de funciones sobreyectivas

---

## Teorema 7.3.4

Si  $f : X \rightarrow Y$  y  $g : Y \rightarrow Z$  son funciones sobreyectivas, entonces la función  $g \circ f : X \rightarrow Z$  también es sobreyectiva.

## Demostración

En el tablero.

# Tema

---

Función compuesta

Composición con la función identidad

Composición de una función con su inversa

Composición de funciones inyectivas

Composición de funciones sobreyectivas

Referencias

# Referencias

---



Epp, Susanna S. [1990] (2011). Matemáticas Discretas con Aplicaciones. 4.<sup>a</sup> ed. Traducido por Ana Elizabeth García Hernández. Cengage Learning (vid. [pág. 2](#)).